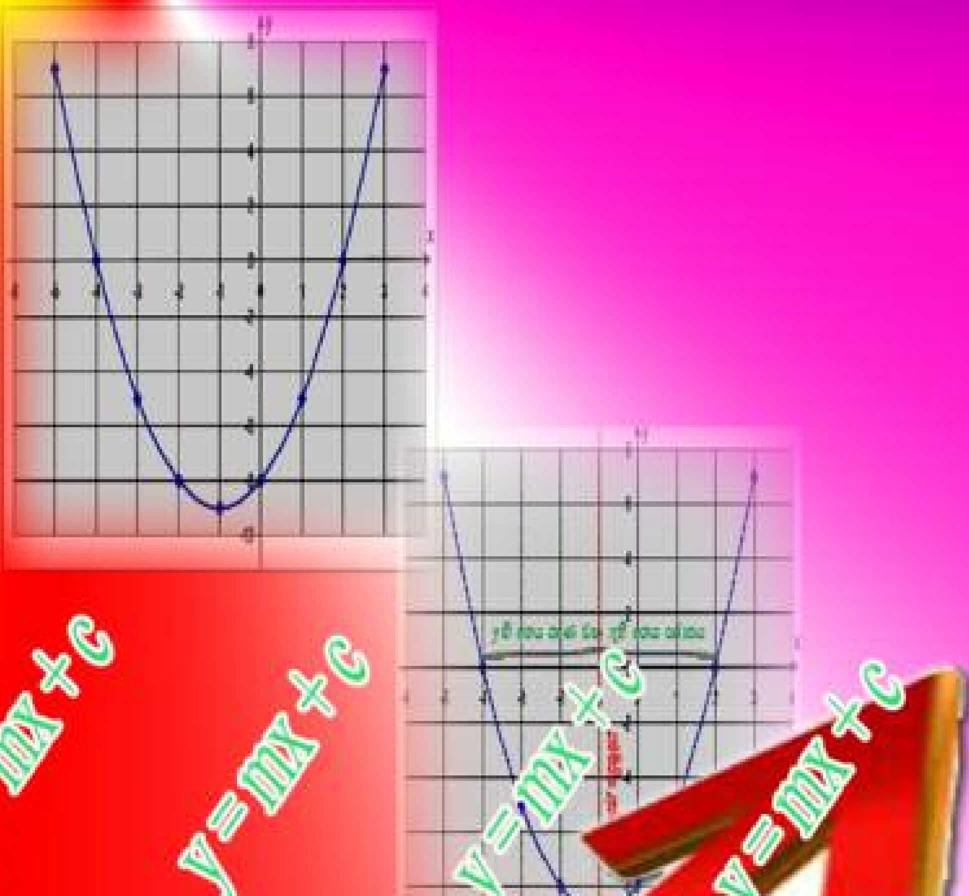
අ:පො:ස: (සාමාන්‍ය පෙළ) නව නිර්දේශය

ගණිතය - ප්‍රස්තාර



ඇසේල නිශ්ශංක
(BSc.)

පිදුම

දයාබර සිසුන්ට

සෙනෙහසින්

දිප්ති මත් වූ අනාගතයක්

වෙනුවෙන් ෴

හැඳින්වීම

මා මෙවැනි පොතක් සැකසීමට සිතුවේ සා:පෙළ සිසුන් සඳහා ගණිතය විෂයේදී ඒ ඒ කොටස සඳහා වෙන් වෙන් වශයෙන් වූ උපකාරක පොත් අඩු නිසාවෙනි. මෙම උපකාරක පොත ඉතා උනන්දුවෙන් මුල සිට අග දක්වාම අධ්‍යයනය කළ හොත් සාමාන්‍ය පෙළ ප්‍රස්ථාර සඳහා අවශ්‍ය සම්පූර්ණ දැනුමම වාගේ ලබා ගැනීමට හැකි වේ.

මෙම පොත සකසා ඇත්තේ ඉතාම සරළ කොටසකින් ආරම්භ කර ඉදිරියට යන ආකාරයෙනි. මෙහි ආදර්ශ ගණන් අඩු වුවත් මෙහි ඇති සියළු අභ්‍යාස තනිව කර පසුව ආදර්ශ ගණන් හා පෙළ පෙත්වලින් ලැබෙන ගණන් සෑදීම මගින් ඔබගේ දැනුම මෙන්ම පුහුණුවද වර්ධනය වනු ඇති.

මා මෙවැනි කාර්යකට යොමු වූයේ විශ්ව විද්‍යාලයෙන් ඉවත්ව නිවසට වී විවේකීව සිටින කාලයෙන් මටත් තවත් සිසුන්ටත් ප්‍රයෝජනයක් ලබා ගත හැකි නිසාවෙනි.

මෙම පොත තුල යම් යම් වැරදි වුවහොත් (අක්ෂර වින්‍යාසය, සුළු කිරීම් වැනි වැරදි) ආරම්භයේදීම ඔබෙන් සාමාව ඉල්ලමි. එසේම මා මෙම පොත රචනා කර ඇත්තේ බොහෝ විට කථා කරන භාෂා විලාසයනි. එවිට ඔබට ඉතා ඉක්මනින්ම වටහා ගැනීම පහසු වන නිසායි. ඔබ මෙයින් යම් හෝ දැනුමක් ලබා ගත්තේ නම් එයයි මගේ සතුට.

ස්තුතියි

අසේල නිශ්ශංක

විජිතපුර.

2010-03-15

BSc. (physical Science- Kelaniya)

පටුන


සාමාන්‍ය පෙළ
ගණිතය
8 සිට 11 ශ්‍රේණි දක්වා හා පුනරීක්ෂණ
ගණිතය උපාධිධාරියෙකු විසින් නිවස පැමිණ පවත්වන
තනි හා කණ්ඩායම් උපකාරක පන්ති
අසේල නිශ්ශංක
විමසීම් : 0716341436 / aselaniss@yahoo.com
කැකිරාව හා ඒ අවට ප්‍රදේශ සඳහා පමණි

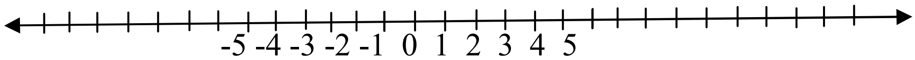
සංඛ්‍යා.

මුලින්ම ඔබෙන් යමෙක් ඇසුවොත් කොතරම් සංඛ්‍යා වේද කියලා, ඔබගේ පිළිතුර කුමක්ද? ඔබේ හිතට නොයෙක් පිළිතුරු පැමිණේවි. සැබවින්ම සංඛ්‍යා අපට මෙතෙක් වේ යැයි කිව නොහැකියි. පිළිතුර වනුයේ අනන්තයක් වේය යන්නයි. දැන් ඔබෙන් ඔහු නැවත වරක් අසන ප්‍රශ්නය වන්නේ "කුමක්ද අනන්තය?" සැබැවින්ම අනන්තය යනු කුමක්ද? එයට පිළිතුරු ගණිතය ගැඹුරට හදාරනවිට ඔබට ලැබේවි. අපි බලමු කොපමණ සංඛ්‍යා වර්ග ගණිතයේදී ඔබට මුණගැහේද යන්න. මෙහිදී සියළු සංඛ්‍යා වර්ග ගැන සඳහන් නොකරමි. අවශ්‍ය සංඛ්‍යා වර්ග අවශ්‍ය ස්ථාන වලදී පමණක් ඉදිරිපත් කරමි.

සංඛ්‍යා රේඛාව

මෙම රේඛාව මත එක් සංඛ්‍යාවකට සාපේක්ෂව අනෙක් සංඛ්‍යාව ලකුණුකර පෙන්වනු ලබයි. මෙය ඔබ කුඩා පන්තිවලදී හදාරා ඇතුවාට සැක නැත. නමුත් මම මෙහිදී එය නැවත මතක් කරමි. එසේ කරන්නේ ප්‍රස්තාර පාඩමේදී ඔබට අවශ්‍ය වන නිසායි.

මෙය මා විසින් අභ්‍යාස මාලාවක් ලෙස ඔබට ඉදිරි පත් කර පිලිතුරු විස්තර කිරීම මගින් ඉක්මණින් මතක් කර ගත හැකි වේවි. නිවරදි සංඛ්‍යා රේඛාව පහත පරිදි වේ.



මෙම රේඛ්‍යාව මත සාමාන්‍යයෙන් දක්වන්නේ **පූර්ණ සංඛ්‍යා** පමනි. මෙහිදී 0 සිට වම් අත දිශාවට **සෘණ සංඛ්‍යාද** දකුණු **දිශාවට ධන** සංඛ්‍යාද ඉදිරිපත් කරනු ලැබේ.

අභ්‍යාස මලාව

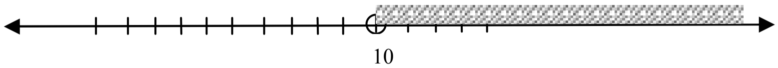
සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත පහත දැක්වෙන අසමානතා දක්වන්න.

1. $X > 10$ 2. $X \le 10$ 3. $X < -5$ 4. $X \le -5$

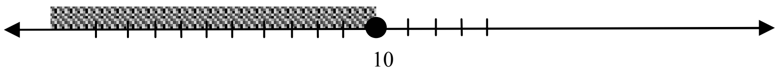
5. -5 < X ≤ 4   6. -5> X ≥ 4

පිළිතුරු

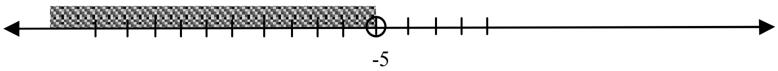
1.



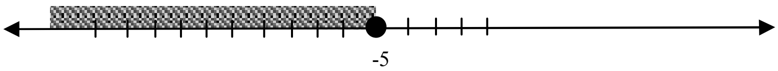
2.



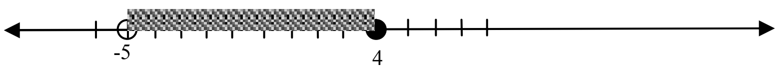
3.



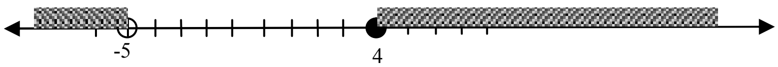
4.



5.



6.



පිළිතුරු සාකච්ඡාව

පළමු කොට මම ඔබට දෙන උපදේශය වන්නේ අභ්‍යාස මාලාව පිළිතුරු නොබලා අභ්‍යාසය කරන ලෙසයි. ඉන් පසුව පිළිතුරු හා තමාගේ පිළිතුරු සසඳන්න. ඊට පසු තමාගේ පිළිතුරු වැරදීයැයි පෙනීයන්නේ නම් වැරදි මන්ද යන්න තනිවම තර්ක කරන්න. පසුව පිළිතුරු සාකච්ඡාව අවබෝධයෙන් කියවන්න.

දැන් අපි පිළිතුරු සාකච්ඡා කරමු. පළමු කොට ඔබට මා කියන්නේ < හා > ලකුණු වල පළල ප්‍රදේශය විශාලයි අනෙක් ප්‍රදේශයට වඩා කියන තර්කය හිතේ තබාගන්න.

උදාහරණයකින් කිවහොත්

අඹ ගෙඩිය < කොස් ගෙඩිය

මෙහි තේරුම අඹ ගෙඩියට වඩා කොස් ගෙඩිය විශාල යන්නයි.

අඹ ගෙඩිය ≤ කොස් ගෙඩිය

මෙහි තේරුම අඹ ගෙඩියට වඩා කොස් ගෙඩිය විශාල හෝ සමාන යන්නයි.

සංඛ්‍යා රේඛාවේදී “විශාලයි හෝ සමානයි” (≥) “කුඩා හෝ සමානයි” (≤) යන ලකුණු යෙදන සංඛ්‍යාමත ඇති කුඩා වෘත්තය තද පාටින් පාට කිරීමට අමතක නොකරන්න.

ඉහත අභ්‍යාස මාලාවේ පළමු උදාහරණය සලකමු, එම ගණිත ප්‍රකාශනයේ තේරුම වන්නේ X කියනා සංඛ්‍යාව 10 ට වඩා විශාලය යන්නයි. එසේනම් අපි දත යුතුයි 10 ට වඩා විශාල සංඛ්‍යා වේද ඒ සියලු සංඛ්‍යා අයත් ප්‍රදේශය කඩ ඉරි වලින් පාට කර පෙන්වීමට.

ඉහත අභ්‍යාස මාලාවේ දෙවන උදාහරණය සලකමු, එම ගණිත ප්‍රකාශනයේ තේරුම වන්නේ X කියනා සංඛ්‍යාව 10 හෝ දහයට වඩා විශාල සංඛ්‍යාවක් විය යුතුබවයි. එසේ නම් 10 යන සංඛ්‍යාවද මෙම සංඛ්‍යා කුලකයට අයත් බව පෙන්වීමට 10 මත වූ කුඩා වෘත්ත තද පාටින් පාට කර පෙන්වීම කල යුතු වේ.

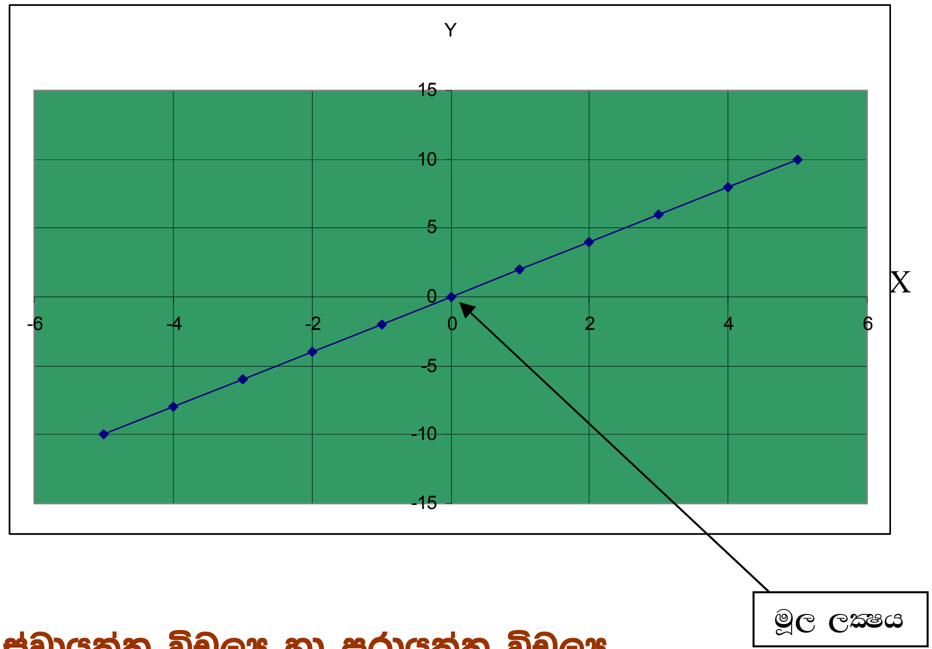
මේ පරිදි සියලු අභ්‍යාස වලට පිළිතුරු පහත පරිදි වියයුතු බව ඔබට වැටහේවී.

ඉහත අභ්‍යාස මාලාවේ පස්වන උදාහරණය සලකමු, එම ගණිත ප්‍රකාශයේ තේරුම වාක්‍යයෙන් ලියූ විට ලිවිය යුත්තේ “X විශාලයි -5 හා කුඩයි හෝ සමානයි හතර“ යන්නයි.

මෙ පරිදි ඔබට ඉතිරි අභ්‍යාස තනිවම විසදා ගතහැකි වේවි.

කාටසීයානු තලය.

කාටසීයානු තලය යනු කුමක්දැයි ඇසූ විට ඔබ දෙන පිළිතුර වන්නේ ප්‍රස්තාර අදින රේඛා දෙකකින් යුක්ත වූ ප්‍රදේශ යන්නයි. මෙහි තිරස් රේඛාව x අක්ෂරයෙන් නම් කරන අතර එම අක්ෂයේ සාමාන්‍යයෙන් ලකුණු කරනුයේ ස්වායක්ත විචල්‍යයේ අගයන් වේ. ස්වායක්ත විචල්‍ය යනු සැබවින්ම අප විසින් වෙනස් කරන අගයන්ය. y අක්ෂය ලෙස නම් කරන්නේ සිරස් රේඛාව වේ. y අක්ෂයේ දැක්වෙන්නේ පරායක්ත අගයන් වේ. පහත දක්වා ඇත්තේ කාටසීය තලයක් මත වූ ප්‍රස්තාරයක් සඳහා උදාහරණයකි.



ස්වායක්ත විචල්‍ය හා පරායක්ත විචල්‍ය

කුමක්ද මෙම ස්වායක්ත හා පරායක්ත විචල්‍ය කියා හඳුන්වන්නේ. මෙය පැහැදිලි කරගැනීම සඳහා උදාහරණයක් යොදාගමු.

කැටපොලයක් මගින් ගලක් විද එය ගමන් කරන දුර ගණනය කිරීම සලකමු. මෙහිදී අපට පාලනය කළ හැක්කේ, එසේත් නැතිනම් අපට වෙනස් කළ හැක්කේ කැටපෝලයේ රබර් පටිය අදින දුර ප්‍රමාණයයි. (සියලු අවස්ථා වල යොදා ගන්නේ එකම කැටපොලය හා එකම ගල් කැටය හා අනෙක් පරිසර තත්ත්වයන් සමාන යැයි සලකමු)

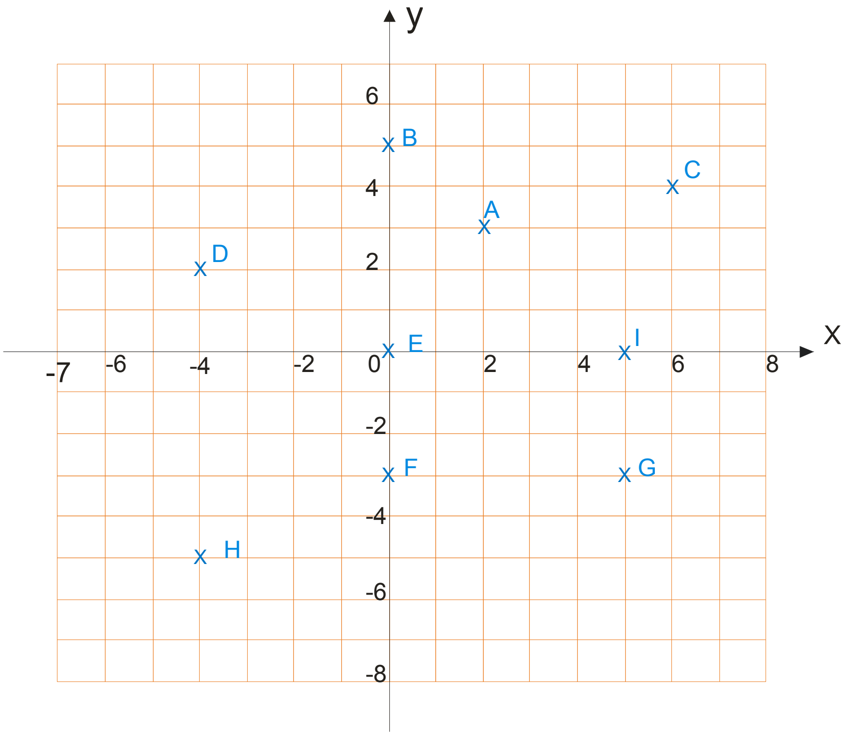
එසේ නම් මෙම පරීක්ෂනයේදී ස්වායත්ත **විචල්‍ය වනුයේ අපට වෙනස් කල හැකි මිනුමයි.**එනම් රබර් පටිය අදින දුරයි. **එම මිනුම මත වෙනස් වන අනෙක් මිනුම එසේත් නොමැතිනම් විචල්‍යය පරායක්ත විචල්‍ය වනුයේ.** මෙහිදි ගල ගමන් කරන දුර පරායක්ත විචල්‍ය වේ.

කණ්ඩාංක තලයක දැක්වෙන ලක්ෂ අංකනය කිරීම

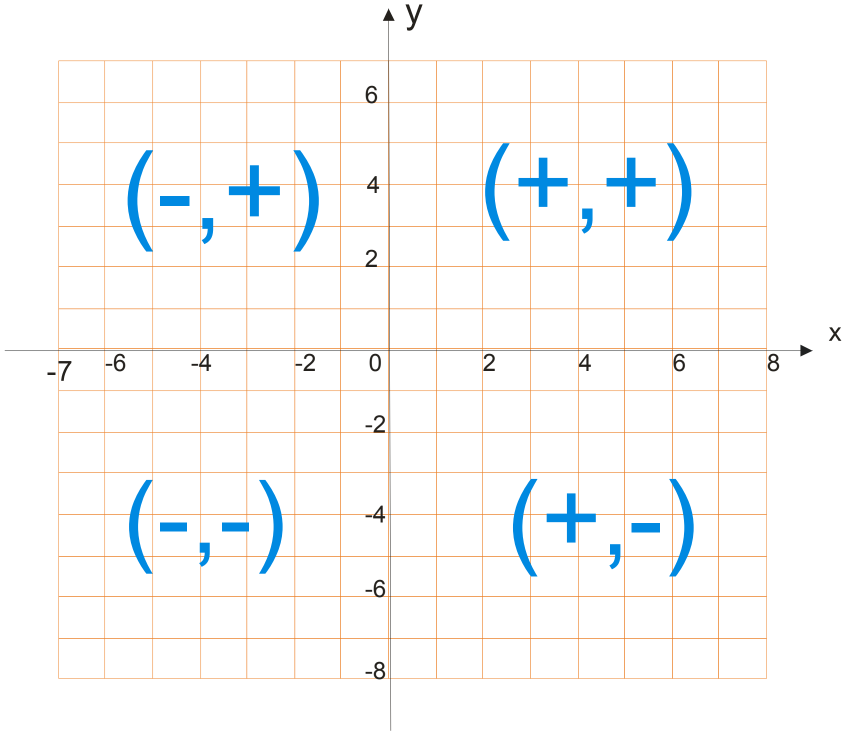
මෙම ලක්ෂ ලකුණු කිරීමේදී සුළු වරහන් තුල පලමුව අදාල ලක්ෂයේ x අක්ෂයේ අගය ලකුණු කර කමාවකින් පසුව y අක්ෂයේ අදාල අගය ලියමු. තරයේ මතක තබා ගන්න මෙම ස්ථාන දෙක කිසි විට මාරු කර නොදැක්වීමට.

(x අක්ෂයේ අදාල අගය, y අක්ෂයේ අදාල අගය)

පහත දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලයේ දැක්වෙන ලක්ෂ වල අගයන් ගණිතයේදී සලකුණු කරන ආකරය පහත දක්වා ඇත. එම උදාහරණය අධ්‍යයනය කිරීම මගින් කණ්ඩාංක ලකුණු කිරීම පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි වේවි.



A = (2,3)	B = (0,5)	C = (6,4)	D = (-4,2)	E = (0,0)
F = (0,-3)	G = (5,-3)	H = (-4,-5)	I = (5,0)	



(X අගය, Y අගය)

ඉහත ඛණ්ඩාංක තලයේ දක්වා ඇත්තේ ඒ ඒ ප්‍රදේශ වල x ට හා y ට ගතහැකි අගයන් වේ.

y = mx ආකාරයේ ප්‍රස්තාර

ඔබට විභාගය සඳහා එන පළමු ප්‍රශ්න පත්‍රයේ බොහෝවිට ප්‍රශ්නයක් මෙම ආකාරයෙන් ප්‍රස්තාරයන් හී දැනුම ඇසුරෙන් ලැබෙන බව අතීත ප්‍රශ්න පත්‍ර දෙස බලන විට පෙනි යයි. එම නිසා මෙතැන් සිට වඩා වැඩි අවධානය යොමුකළ යුතුවේ. **මුලින්ම මම ඔබට පවසන්නේ මෙවැනි සමීකරණයකින් ලැබෙන්නා වූ සමීකරණ සරළ රේඛීය මූල ලක්ෂය හරහා යන ප්‍රස්තාරයක් බවයි.**

y = mx ආකාරයේ සමීකරණයක් මගින් ලැබෙන්නේ සරළ රේඛීය මූල ලක්ෂය හරහා යන ප්‍රස්ථාරයකි

කුමක්ද මෙම y = mx ආකාරය කියන්නේ, සැබවින්ම මෙහිදී අප සිදුකරන්නේ කුමක්ද යන්න මනා අවබෝධයක් මෙතැන් සිටම ලබා ගත්තේ නම් ප්‍රස්තාර යනු ඔබ ඉතාම ප්‍රිය කරන කොටසක් වේවි. පළමුව අප මෙවැනි ගණන් සඳහා අගය වගුවක් පිළියෙල කල යුතුයි. අපි එය කරනා ආකාරය උදාහරණයක් මගින් වටහා ගනිමු. මෙහිදී අප කලයුතු දෙය ඔබට සරළව විස්තර කලොත් ඔබ කළ යුතු වන්නේ ගණන විසින් සපයා ඇති අගයන් සමීකරණයේ x අක්ෂර ඇති ස්ථානයට ආදේශ කිරීමයි. එසේ ආදේශ කර සමීකරණය විසදු විට ලැබෙන්නේ x අක්ෂයට අදාල y ලක්ෂයේ අගයයි. එම අදාල x අගයත් y අගයත් (x,y) ලෙස ලිවූ විට ඔබට ලැබෙන ලක්ෂය කාටසීයනු තලයේ සරළ රේඛා ප්‍රස්තාරය ගමන් කරන ලක්ෂයකි. මෙවැනි ලක්ෂ දෙකක් ලබා ගැනීම මෙම ප්‍රස්ථාර ඇදීමට ප්‍රමාණවත් නමුත් මෙවැනි ගණනකදී සපයා ඇති වගුව සම්පූර්ණයෙන්ම සම්පූර්ණ කරන්න. දැන් අප පළමු උදාහරණය දිසාවට හැරෙමු.

සමීකරණය දී ඇති විට ප්‍රස්ථාරය ඇඳීම

උදා1:

1. y = x සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

2. y = 2x සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

3. y = 3x සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

4. y = -x සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

5. y = -2x සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

6. $y = -3x$ සමීකරණය සඳහා අගය -4 සිට 4 දක්වා අගය වගුවක් පිළියෙල කර සම්පූර්ණ කරන්න.

7. ඉහත සම්පූර්ණ කරණ ලද අගය වගු උපයෝගී කරගෙන ඉහත සඳහන් සියලු ප්‍රස්ථාර එකම කාටසීයනු තලයක් මත අඳින්න. ඔබට ප්‍රස්තාරයන්ගේ කාටසීයානු තලය තුල හැසිරීම ගැන එලඹිය හැකි නිගමන කවරේද?

පිළිතුරු

1. $x = -4$ විට $y = 4$ මෙම පරිදි සමීකරණයට ආදේශ කර විට පහත පරිදි අගය වගුව ලැබේවි.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

2. $y = 2x$ සමීකරණයට $x = -4$ ආදේශ කල විට පහත පරිදි විසදා y හි අගය ලබා ගත හැකියි.

$y = 2x$

$y = 2 \times (-4)$

$y = -8$

ඉහත පරිදි සියලු අගයන් සමීකරණයට ආදේශ කළ විට ලැබෙන අගය වගුව වන්නේ

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

මෙතැන් සිට මම අගය වගුව පමණක් දක්වමු. නමුත් ඔබ එකින් එක ආදේශ කරමින් සියලු වගු නිර්මාණය කරන්න.

3. $y = 3x$ සමීකරණයට

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12

4. $y = -x$ සමීකරණයට

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4

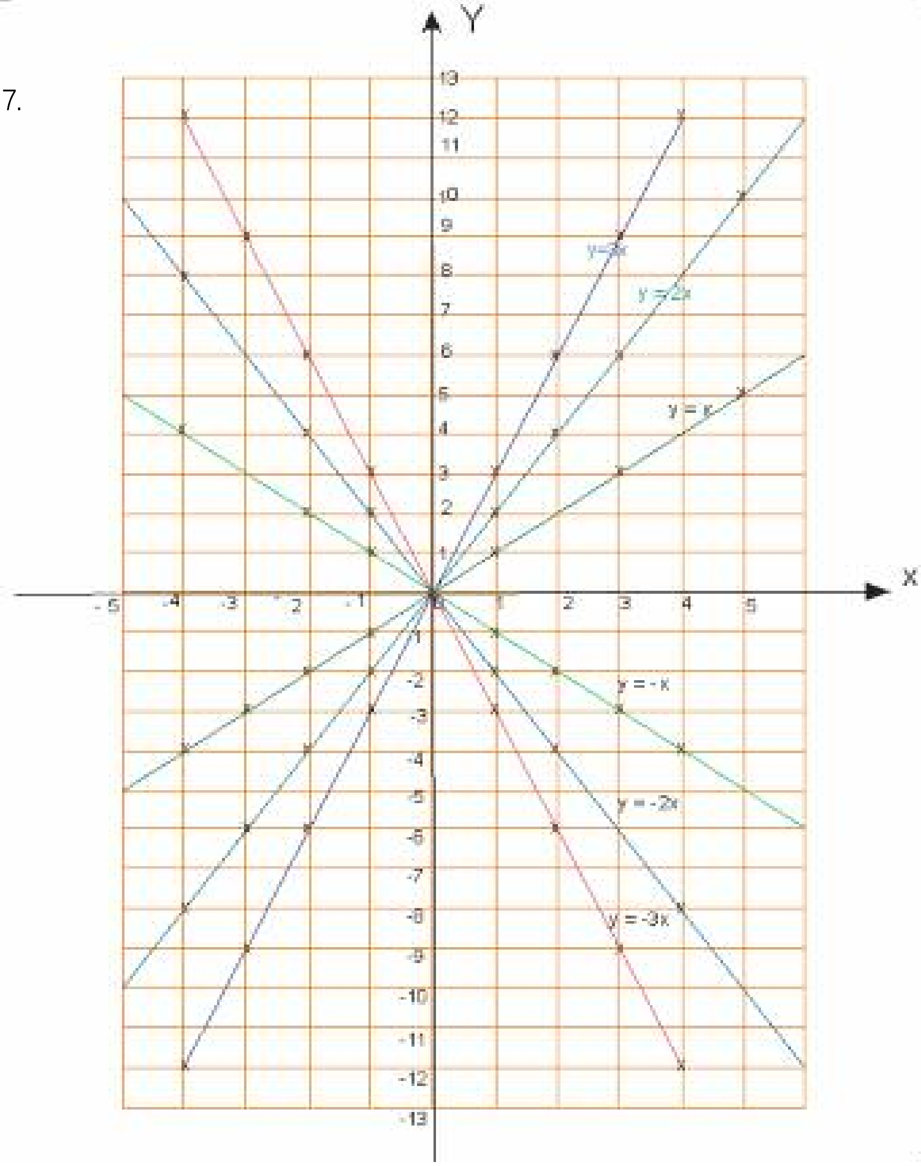
5. y = -2x සමීකරණයට

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	4	0	-2	-4	-6	-8

6. y = -3x සමීකරණයට

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12

7.



නිගමනය 1

X හි සංරචකයේ අගය වැඩි වන විට ප්‍රස්තාරය මගින් ලැබෙන රේඛාවේ සිරස් බව වැඩිවේ.

නිගමනය 2

x හි සංරචකයේ අගය ධන වන විට ප්‍රස්තාර රේඛාව / වන දිශාවට ආනතව තිබීම

x හි සංරචකය අගය ඍණ වන විට ප්‍රස්තාර රේඛාව \ වන දිශාවට ආනතව තිබීම.

නිගමනය 3

$y = mx$ ආකාරයේ සියළු සමීකරණ වලින් ගෙඩ නැගෙන ප්‍රස්ථාර මූල ලක්ෂය හරහා යන බව.

ඉහත නිගමන අවබෝධයෙන් මතක තබා ගැනීම ඉතාම වැදගත් වේ.

$y = mx + c$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාර

මෙම අවස්ථාව පෙර අප සාකච්ඡා කළ $y = mx$ අකාරයේ තවත් වර්ධනය වූ අවස්ථාවක් ලෙස හඳුන්වා දිය හැකිය. අපි දන්නා පරිදි පෙර සාකච්ඡා කළ සියලු ප්‍රස්තාර ගමන් කළේ මූල ලක්ෂය හරහා බව ඔබගේ මතකයේ ඇත. නමුත් පෙර ප්‍රස්තාර වලින් එනම් $y = mx$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාර වලින් $y = mx + c$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාර වෙනස් වන්නේ $y = mx + c$ මූල ලක්ෂය හරහා යයිද නොයයිද යන ලක්ෂණය මතයි.

$y = mx + c$ ආකාරයේ ප්‍රස්ථාර මූල ලක්ෂය හරහා ගමන් නොකරයි. ($c \neq 0$ විට)

උදා:

$y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = x - 1$, $y = x - 2$, $y = -2x + 2$ යන සියලු සමීකරණ සඳහා අගය වගු පිළියෙල කර ප්‍රස්තාර සියල්ලම එකම කාටසීයනු තලයක් මත නිර්මාණය කරන්න. අගය වගුව $-4 \leq x \leq 4$ ලබා ගන්න.

පිළිතුර:

y = x + 2 සඳහා අගය වගුව සෑදීම.

x = -4 ; y = x + 2　　　x = -3; y = x + 2

y = -4 + 2　　　y = -3 + 2

y = -2　　　y = -1 ලෙස සියලු අගය x ට ආදේශ කළ විට

පහත පරිදි අගය වගුව ලැබිය යුතුයි.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x+2	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

y = x - 1 සඳහා අගය වගුව සෑදීම.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x-1	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3

y = x -2 සඳහා අගය වගුව සෑදීම.

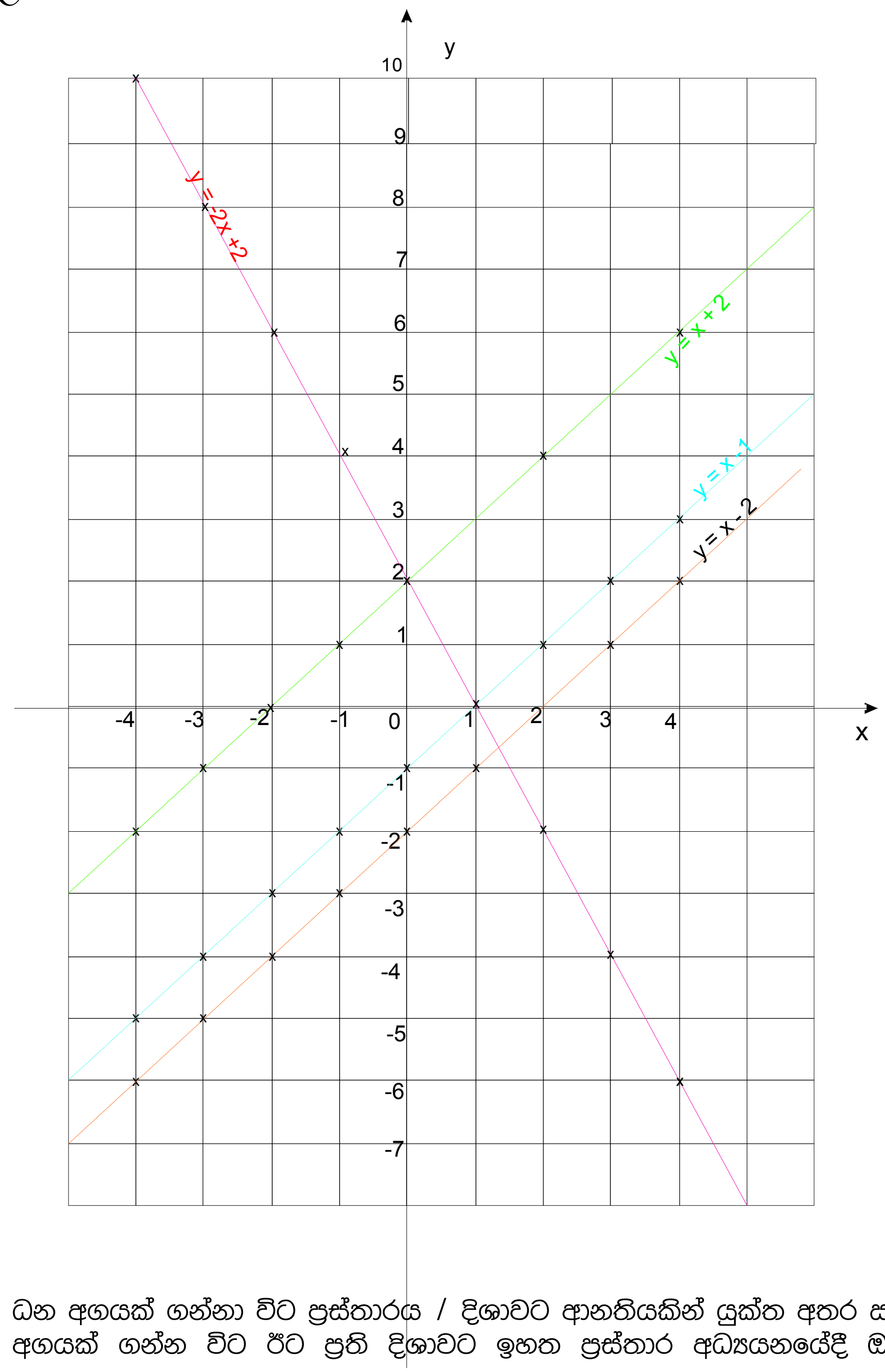
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x-2	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2

y = -2x +2 සඳහා අගය වගුව සෑදීම.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2x	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
-2x+2	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6
y	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6

ඔබට හැකිනම් මනා පුහුණුවක් ලැබෙන තුරු සමීකරණයට x හි අගය ආදේශ කරමින් ගණන සෑදීම වඩා යෝග්‍ය වේ.

පහත දක්වා ඇති කාටසීය තලයේ හෝ ඔබ ඇඳි කාටසීය තලයේ ප්‍රස්තාරවල එකට එකක සාපේක්ෂ පිහිටුම පිළිබඳ විමසිලිමත් වන්න.



ධන අගයක් ගන්නා විට ප්‍රස්තාරය / දිශාවට ආනතියකින් යුක්ත අතර සෘණ අගයක් ගන්න විට ඊට ප්‍රති දිශාවට ඉහත ප්‍රස්තාර අධ්‍යයනයේදී ඔබට පෙනීයනු ඇති. මෙහිදීද **x** හි සංරචකය මත ප්‍රස්තාර රේඛාවේ ආනතිය වෙනස්වන බව පෙනේ. මෙහිදී අපට ලබා ගත හැකි වැදගත් නිගමන වන්නේ,

නිගමනය 1

X හි සංගුණකයේ අගය වැඩි වන විට ප්‍රස්තාරය මගින් ලැබෙන රේඛාවේ සිරස් බව වැඩිවේ.

නිගමනය 2

x හි සංගුණකයේ අගය ධන වන විට ප්‍රස්තාර රේඛාව / වන දිශාවට ආනතව තිබීම

x හි සංගුණකය අගය ඍණ වන විට ප්‍රස්තාර රේඛාව \ වන දිශාවට ආනතව තිබීම.

නිගමනය 3

$y = mx + c$ ප්‍රස්තාරයක් y අක්ෂය ඡේදනය කරන්නේ c හි අගය ඇති y අගයෙනි.

උදා: ලෙස $y = 3x + 2$ සමීකරණයට අදාල ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදය කල යුත්තේ y හි අගය +2 ලක්‍ෂයේදීයි.

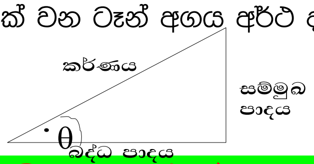
කුමක්ද මේ අනුක්‍රමනය හා අන්තඃකන්ඩය

ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් විභාගයේදී ඔබෙන් අසන ප්‍රශ්න වල වැඩි වශයෙන් අසන්නට ලැබෙන්නේ මෙහි අනුක්‍රමනය අන්තඃකණ්ඩය කුමක්ද කියායි. දැන් ඔබ සූදානම් මේ අනුක්‍රමනය හා අන්තඃකණ්ඩය ඉගැනීමට.

අනුක්‍රමනය

අනුක්‍රමණය යනු අපි විසින් නිර්මාණය කරනු ලබන ප්‍රස්තාර x අක්ෂයේ ධන දිශාවට දක්වන ආනතියේ ටෑන් අගයයි.

ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයක් වන ටෑන් අගය අර්ථ දක්වා ඇත්තේ පහත පරිදි වේ.



ටෑන් θ = සම්මුඛපාදය / බද්ධ පාදය

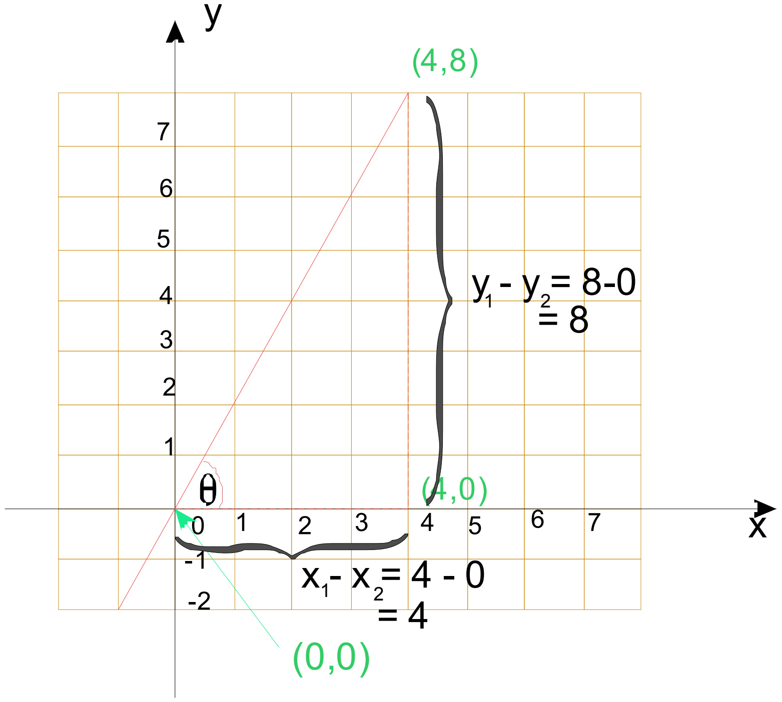
අන්තඃඛණ්ඩය

අන්තඃඛණ්ඩය යනු අප විසින් නිර්මාණය කරනු ලබන ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදයන කරන y හි අගය වේ.

සැබවින්ම අනුක්‍රමනය තවත් වචනයකින් කියන්නේ නම් එය ප්‍රස්තාරයේ බෑවුම ලෙසද හඳුන්වා දිය හැකිය.

ප්‍රස්තාරය දී ඇති විට අනුක්‍රමණය සෙවීම

උදා:



මෙහිදී රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි අප කළයුත්තේ අනුක්‍රමණය සෙවීමට සම්මුඛ පාදය හා බද්ධ පාදය සෙවීමයි. තවද ඔබ විසින් තරයේ මතක තබා ගත යුතු වන්නේ x අක්ෂයේ **ධන දිශාව** සමග සාදන කෝණයේ ටෑන් අගය අනුක්‍රමණය නිසා,

ටෑන් කෝණයක අගය 0^0 - 90^0 ට විට ධන වන අතර 90^0 - 180^0 ත් අතර ඍණ වන බවයි.

මෙහිදී ඉහත රූපයේ පරිදි සම්මුඛ පාදයේ අගය සෙවීම සඳහා දක්වා ඇති ඛණ්ඩාංක වල y අගයන් අඩු කල විට ලැබෙන බවයි. තවද බද්ධ පාදයේ අගය සෙවීම සඳහා දක්වා ඇති ඛණ්ඩාංක වල x අගයන් අඩු කල විට ලැබෙන බවයි. එසේ නම් අප මේ සඳහා අපේම වන සමීකරණයක් සදා ගමු.

අනුක්‍රමනය = ටැන් θ = සම්මුඛ පාදය / බද්ධ පාදය

$= (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$

ප්‍රස්තාරය ගමන් කරන ලක්ෂ දෙකක් දී ඇති විට අනුක්‍රමනය සෙවීම

අනුක්‍රමනය = ටැන් θ = සම්මුඛ පාදය / බද්ධ පාදය

$= (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$

$= 8 - 0 / 4 - 0 = \underline{\underline{2}}$

මෙහිදී අප මතක තබා ගත යුතු වන්නේ (x_1,y_1) (x_2,y_2) කණ්ඩාංක මාරු නොකර ඒ ඒ ස්ථාන වලට ආදේශ කිරීම වේ. අප තවත් උදා හරණයක් බලමු. මෙහිදී ඔබට සපයා ඇත්තේ ප්‍රස්තාරය ගමන් කරණ ලක්ෂ දෙකක ඛණ්ඩාංක පමණි. නමුත් අපට ඉහත නිර්මාණය කර ගත් සමීකරණය නිසා දැන් එවැනි ගණන් සෑදීය හැකිවේ.

උදා1: ප්‍රස්තාරයක් (0,0) හා (2,4) ලක්ෂ හරහා ගමන් කරයි නම් එහි අනුක්‍රමණය සෙයන්න.

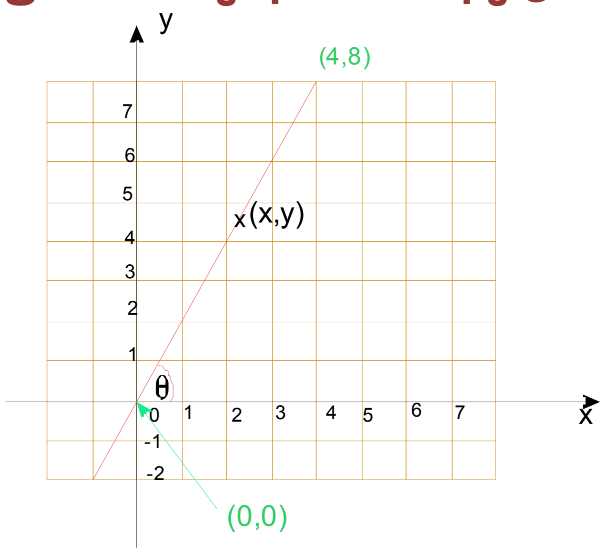
මෙහිදී $(x_1,y_1) = (0,0)$ ද $(x_2,y_2) = (2,4)$ ද ගමු. මෙවිට,

අනුක්‍රමණය = ටැන් θ = සම්මුඛ පාදය / බද්ධ පාදය

$= (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$

$= (0 - 4) / (0 - 2) = -4/-2 = \mathbf{2}$

ප්‍රස්තාරය දී ඇති විට අදාල සමීකරණය සෙවීම



මෙහිදී අප පළමු කළ යුත්තේ දී ඇති ප්‍රස්තාරය ගමන් කරන ලක්ෂ දෙකක ඛණ්ඩාංක ලබා ගැනීමයි. එය කාටසීය තලය උපකාරයෙන් ලබා ගත යුතුයි. ඉන් අනතුරුව අප හිතනවා ප්‍රස්තාර රේඛාව මත ඇති ඕනෑම ලක්ෂයක ඛණ්ඩාංකය (x,y) කියා. අප සොය ගත් ලක්ෂ දෙකේ කණ්ඩාංක (x_1,y_1) හා (x_2,y_2) ලෙස ගමු. ඉන් අනතුරුව පහත පරිදි ආදේශ කර සුළු කිරීම මගින් ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය ලැබේ.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

මෙහිදී මා ඔබට නැවත මතක් කරන්නේ අප ලබා ගත් ලක්ෂ තුනේ ඛණ්ංඩාක මාරු නොකර නිවැරදිව ආදේශ කරන ලෙසයි.

$(x_1,y_1) = (0,0)$ $(x_2,y_2) = (4,8)$ ලෙස ගත් විට

$(y - 0) / (x – 0) = (0 – 8) / (0 – 4)$

$y / x = - 8/ -4$

$y / x = 2 \rightarrow y = 2x$

අප තවත් එක් උදාහරණයක් ගෙන බලමු.

ප්‍රස්තාරයක් (2,3) හා (-4,-3) ලක්ෂ හරහා යයි නම් එසේ යන ප්‍රසතාරයේ සමීකරණය සොයන්න.

$(x_1,y_1) = (2,3)$ $(x_2,y_2) = (-4,-3)$ ලෙස ගත් විට

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$(y - 3) / (x - 2) = (3 - -3) / (2 - -4)$$
$$(y - 3) / (x - 2) = 6 / 8$$
$$(y - 3) / (x - 2) = 3 / 4$$
$$4 \times (y - 3) = 3 \times (x - 2)$$
$$4y - 12 = 3x - 6$$
$$4y = 3x + 6$$
$$y = \tfrac{3}{4} x + 3/2$$

ප්‍රස්තාරයක සමීකරණය දී ඇති විට අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සෙවීම.

දැන් ඔබ ප්‍රස්තාරය හෝ ප්‍රස්තාරය ගමන් කරන ලක්ෂ දෙකක ඛණ්ඩාංක දී ඇති විට ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය ලබාගන්නා හැටි දන්නවා. මෙහිදී අප ඉගැනීමට බලාපොරොත්තු වන්නේ,

සමීකරණය දී ඇති විට එම ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සොයනා ආකාරය වේ. මෙය ඉතා පහසු දෙයක්.

ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය දී ඇති අකාරය බලන්න. එහි y උක්ත වී ඇතිද බලන්න. එසේ නොමැති නම් y උක්ත කරගන්න. එ විට ලැබෙන්නේ පහත පරිදි වූ සමීකරණයකි.

$y = mx + c$

මෙවිට මෙහි m මගින් අනුක්‍රමණයද c මගින් අන්තඃඛණ්ඩයද ලැබේ.

$y = mx + c$ → අන්තඃඛණ්ඩය

→ අනුක්‍රමණය

උදා: y = -2x +5 ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සොයන්න.

අනුක්‍රමණය = -2

අන්තඃඛණ්ඩය = 5

උදා: 3y = 2x -6 ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සොයන්න.

අනුක්‍රමණය = 2

අන්තඃඛණ්ඩය = -6 ලෙස පිළිතුරු දුනහොත් ඔබේ පිළිතුර වැරදී යනු ඇත. මන්ද මෙම සමීකරණයේ භ උක්ත කර නොමැති නිසා. එසේ නිවැරදි පිලිතුර වන්නේ

$3y = 2x - 6$

$y = 2/3\ x - 2$

අනුක්‍රමණය = 2/3

අන්තඃකන්ඩය = -2

ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය හා ප්‍රස්තාරය ගමන් කරණ එක් ලක්ෂයක් දී ඇති විට එම ප්‍රස්තාරයේ සමීකරණය සෙවීම.

අපි මුල් පාඩම්වලදී අනුක්‍රමණය = ටෑන් θ බව හා

ටෑන් θ = අනුක්‍රමනය = $\dfrac{\text{පිළිවෙලින් ගත් y ඛන්ඩාංක දෙකේ වෙනස}}{\text{පිළිවෙලින් ගත් x ඛන්ඩාංක දෙකේ වෙනස}}$

ලෙස ලබාගත් බව ඔබට මතක ඇති. එසේ නම් අපි මෙවැනි අකාරයේ ගැටළු විසදීමට එම සමීකරණය යොදා ගමු. මෙහිදීද පෙර පරිදි අදාල ප්‍රස්ථාරය මත වූ ඕනෑම ලක්ෂයක් (x,y) ලෙස ගෙන ආදේශ කරමු.

උදා:

අනුක්‍රමණය 2 වූද (1,1) ලක්ෂය හරහා යන්නා වූද ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සොයන්න.

අනුක්‍රමනය = $\dfrac{\text{පිළිවෙලින් ගත් y ඛන්ඩාංක දෙකේ වෙනස}}{\text{පිළිවෙලින් ගත් x ඛන්ඩාංක දෙකේ වෙනස}}$

$$2 = \frac{y-1}{x-1}$$

$2(x-1) = y-1$

$2x-2 = y-1$

$y = 2x-1$

උදා:

අනුක්‍රමණය 2 වූද මූල ලක්ෂය හරහා යන්නා වූද ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සොයන්න.

$$2 = \frac{y-0}{x-0}$$

$2x = y$

$y = 2x$

ප්‍රස්තාරයක් ඇසුරෙන් විචල්‍ය දෙකකට නොවැඩි සමගාමී සමීකරණය විසදීම සඳහා සරළ රේඛීය ප්‍රස්තාර වල භාවිත.

අප මෙතැන් සිට අධ්‍යයන කිරීමට බලාපොරොත්තු වන්නේ ප්‍රස්ථාර වල භාවිතයක් වන සමගාමී සමීකරණ විසඳුණ ආකාරයයි. අපි පළමුව සමාන්‍ය ලෙස සමගාමී සමීකරණ දෙකක් විසඳන අකාරය බලමු. පසුව එම සමීකරණ දෙකම ප්‍රස්ථාර ඇසුරෙන් විසඳමු.

උදා:

$y = -x + 1 \rightarrow y + x = 1$ --- (1)

$y = x + 3 \rightarrow y - x = 3$ ---(2)

(1) + (2) $2y = 4 \rightarrow y = 2$

$y = 2$ (1) ට ආදේශ කළ විට $2 = x + 3 \rightarrow x = -1$

$y = 2\ ;\ x = -1$

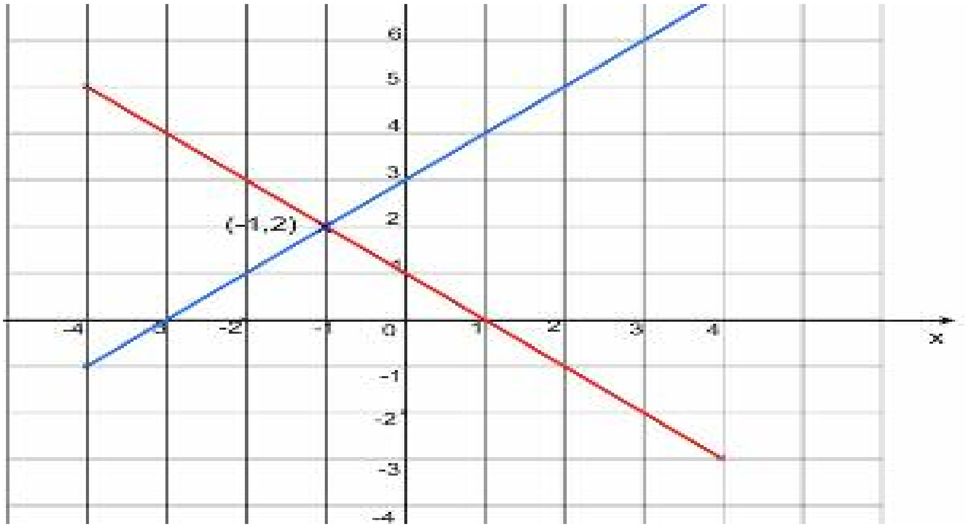
අපි දැන් ඉහත ප්‍රස්ථාර දෙකම එකම කන්ඩාංක තලයක් මත අඳිමු.

$y = -x + 1$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-x+1	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
y	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

$y = x + 3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x+3	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	-1	0	1	2	3	4	5	6	7



මෙම ප්‍රස්ථාර දෙක එකම තලයේ ඇන්ද විට ලැබෙන ප්‍රස්ථාර දෙකේ ඡේදන ලක්ෂයේ ඛන්ඩාංක දෙක දෙස සැලකිල්ලෙන් බලන්න. මෙහි ඡේදන ලක්ෂය වන්නේ (-1,2) යි. අපිට පළමුව සමීකරණ දෙක විසඳූ විට ලද පිළිතුර වන්නේ x = -1 ; y = 2 ලෙසයි. අපට ලැබුනු ඡේදන ලක්ෂයේ x ඛන්ඩාංකයද -1 වන අතර y හි අගය 2 වේ. ඒ අනුව අපට නිගමනය කල හැක්කේ,

විචල්‍ය දෙකකට අඩු සමීකරන දෙකක් දී ඇති විට එම සමීකරන දෙකේ විසදුම් ලැබෙන්නේ එම ප්‍රස්ථාර දෙකේ ඡේදන ලක්ෂයෙන් බවයි.

මෙවැනි අභ්‍යාස විසඳීමේදී අදාල ප්‍රස්ථාරයන් සඳහා ඔබට කැමති x අගයන් 2ක් පමනක් ලබා ගෙන ප්‍රස්ථාර රේඛාව දික් කර ඡේදන ලක්ෂය ලබා ගැනීමෙන් කාලය ඉතිරිකර ගත හැක.

අභ්‍යාස

දී ඇති සමීකරණ යුගල් හි පිළිතුරු ප්‍රස්ථාර ඇඳීම මගින් හා සමානය සුළු කිරීම භාවිතයෙන් ලබා ගන්න.

$y = -2x+3$ -----(1)	$y = x + 2$ -----(1)	$y = -7x - 16$ ---(1)
$y = x + 3$ ----(2)	$y = -x$ ------(2)	$y = -3x - 4$ ---(2)

අවසාන වශයෙන් අපට ගත හැකි නිගමන වන්නේ,

අනුක්‍රමනය මගින් ලැබෙන්නේ ප්‍රස්ථාරයේ බෑවුමයි. එනම් යම් ප්‍රස්ථාර දෙකක අනුක්‍රමන අගයන් සමාන නම් එම ප්‍රස්ථාර දෙකේ රේඛා දෙක එකිනෙකට සමාන්තර වේ.

අප මෙතෙක් අධ්‍යයනය කළ සියළු වර්ගයේ ශ්‍රිතයන් වලදී අපට ලැබුනේ සරළ රේඛිය ප්‍රස්ථාර පමණි.

අප මෙතෙක් අධ්‍යයනය කළ සියළු වර්ගයේ ශ්‍රිතයන් වලදී x වල වර්ග පද හෝ y වල වර්ග පද නොදක්නා ලදි

ඔබ හට සා:පෙ: විභාගයට අයත් විෂය නිර්දේශය තුල ඇත්තේ x වල වර්ග පද සහිත හා x, y වල තනි බලය පමණි.

පුනරීක්ෂණ 1:

1. පහත සඳහන් අනුකමණයන්ගෙන් හා අන්තඃකන්ඩයන්ගෙන් යුත් ප්‍රස්ථාරයන්ගේ සමීකරණ ලියන්න.

i. අනුක්‍රමනය = 2
   අන්තඃකන්ඩය = -3

ii. අනුක්‍රමනය = -2
   අන්තඃකන්ඩය = -3

iii. අනුක්‍රමනය = -2
   අන්තඃකන්ඩය = 3

iv. අනුක්‍රමනය = $\frac{1}{2}$
   අන්තඃකන්ඩය = $-\frac{3}{4}$

2. පහත දක්වන සමීකරණයන්ගෙන් යුත් ප්‍රස්ථාරවල අනුක්‍රමනය හා අන්තඃකන්ඩය සොයන්න.

i. $y = 2x - 5$

ii. $y = -\frac{1}{2}x - 3$

iii. $3y = 4x + 3$

iv. $5y = -3x - 1$

3. පහත සඳහන් අවශ්‍යතාවයන් සම්පූර්ණ කරන ප්‍රස්ථාරයන්ගේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

i. මූල ලක්ෂය හරහා හා (2,3) ලක්ෂය හරහා ගමන් කරන ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය.

ii. (2,-3) හා (-4,5) ලක්ෂ හරහා ගමන් කරන ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය.

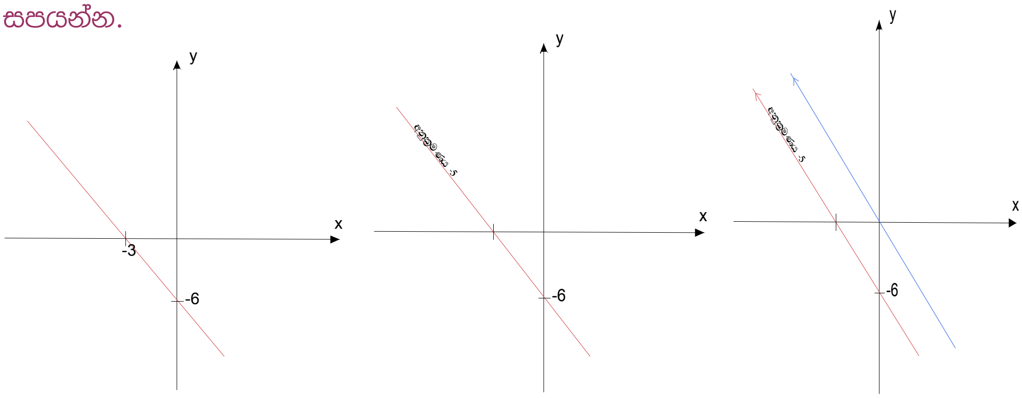
iii. අනුක්‍රමණය - 1/2 හා (-2,-3) ලක්ෂ හරහා යන ප්‍රස්ථාරයේ සමිකරණය.

iv. අනුක්‍රමණය හා අන්තඃකන්ඩය පිළිවෙලින් 5 හා $\frac{1}{4}$ වූ ප්‍රස්ථාර සමිකරණය.

4. $y = 2x + 5$ රේඛාවට සමාන්තරය වූද (-6,-3) ලක්ෂය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

5. අනුක්‍රමණය - ½ වූද (-8,6) වූ ලක්ෂය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

6. පහත දක්වා ඇති ප්‍රස්ථාර ඇසුරෙන් අසා ඇති ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.



i රූපය ii රූපය iii රූපය

i. i රූපයේ ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සොයා එහි අනුක්‍රමනය හා අන්තඃකන්ඩය සොයන්න.

ii. ii රූපයේ ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සොයා එහි අනුක්‍රමනය හා අන්තඃකන්ඩය සොයන්න.

iii. iii රූපයේ රතු පාටින් දක්වා ඇති ප්‍රස්ථාරය සමාන්තරව ඉතිරි රේඛාව ගමන් කරයි. නිල් පාට රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න. රතු පාට රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

පුණරීක්ෂණ 1 පිළිතුරු:

1. මෙහිදී අප පෙර පාඩම් වලදී ඉගෙන ගත් සධාරණ සමීකරණය වන

$y = mx + c$ වන විට m අනුක්‍රමණය ද c අන්තඃකන්ඩයද විය යතු බව අප අධ්‍යයනය කලා. එමගින්,

i. අනුක්‍රමනය = 2

අන්තඃකන්ඩය = -3 විට $m = 2, c = -3$ නිසා

$y = mx + c$ ආදේශ කළ විට ලැබිය යුතු ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය වන්නේ, $\mathbf{y = 2x - 3}$

ii. අනුක්‍රමනය = -2

අන්තඃකන්ඩය = -3 විට $m = -2, c = -3$ නිසා

$y = -2x - 3$

iii. අනුක්‍රමනය = -2

අන්තඃකන්ඩය = 3 විට $m = -2, c = 3$ නිසා

$y = -2x + 3$

iv. අනුක්‍රමනය = ½

අන්තඃකන්ඩය = - ¾ විට $m = -\frac{1}{2}$, $c = -\frac{3}{4}$ නිසා

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

2. මෙහිදී ඔබ කල යුත්තේ 1 ගැටළුවේ විලෝමය අනුව ගණන විසඳීමයි. ඒ අනුව,

i. $y = 2x - 5$ නිසා අනුක්‍රමණය 2 ද අන්තඃකන්ඩය -5 ද වේ.

ii. $y = -\frac{1}{2}x - 3$ නිසා අනුක්‍රමණය – ½ තඃකන්ඩය -3 ද වේ.

iii. $3y = 4x + 3$ මෙහිදී ඔබ පරිස්සම් විය යුතුයි. ඔබ කල්පනාවෙන් තොරව නිසා අනුක්‍රමණය 4 අන්තඃකන්ඩය 3ද ලෙස ලියුවෙනම් පිළිතුර වැරදිවේ. මක් නිසාද යත් ඔබ විසින් පළමුව හ උක්ක කර ඉන් පසු ලැබන සමීකරණයෙන් පිළිතුරු සැපයිය යුතු නිසා.

$y = 4x + 3 \rightarrow y = 4/3x + 1$ එසේ නම් මෙවිට අනුක්‍රමණය 4/3 අන්තඃකන්ඩය 1 ද වේ.

iv. $5y = -3x - 1$ මෙම ගටළුවේදීද iii කොටස පරිදිම වේ.

$y = -3/5 - 1/5$ ඒ අනුව අනුක්‍රමණය – 3/5 අතඃකන්ඩය -1/5 ද වේ.

3.

i. මූල ලක්ෂයේ ඛන්ඩාංකය (0,0) නිසා හා මෙම රේඛාව ගමන් කරන අනෙක් ලකෂයේ ඛන්ඩාංකය (2,3) නිසා

$(x_1,y_1) = (0,0)$ ද $(x_2,y_2) = (2,3)$ ද හා මෙම රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂයක කන්ඩාංක (x,y) ලෙස ගත් විට

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$ සමීකරණයට අනුව

$(y – 0) / (x – 0) = (0 – 3) / (0 – 2)$

$y/ x = 3/2 \rightarrow$ **$2y = 3x$**

ii. (2,-3) හා (-4,5) ලක්ෂ හරහා ගමන් කරන ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සෙවීම

ඉහත i කොටසේ සමීකරණයට ආදේශ කළ විට

$(x_1,y_1) = (2,-3)$ ද $(x_2,y_2) = (-4,5)$ ද හා මෙම රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂයක කන්ඩාංක (x,y) ලෙස ගත් විට

$(y - -3) / (x -2) = (-3 – 5) / (2 - -4)$

$(y +3) / (x -2) = -8 / 6$

$6 (y +3) = -8 (x -2)$

$6y + 18 = -8x + 16$

$6y = -8x – 2$

$y = -4/3\ x – 1/3$

iii. අනුක්‍රමණය - 1/2 හා (-2,-3) ලක්ෂ හරහා යන ප්‍රස්ථාරයේ සමීකරණය සෙවීම

අනුක්‍රමනය = $(y_1 – y_2) / (x_1 – x_2)$ නිසා හා මෙහි රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂයක් (x,y) ලෙස ගත් විට,

$(x_1,y_1) = (x,y)$ ද $(x_2,y_2) = (-2,-3)$ ද ගමු මෙවිට

- $½ = (y - -3) / (x - -2)$
- $½ = (y +3) / (x +2)$
- $1(x+2) = 2(y+3)$
- $x -2 = 2y + 6$

$2y = -x -8$

$y = - ½\ x -4$

iv. අනුක්‍රමණය හා අන්තඃකන්ඩය පිළිවෙලින් 5 හා ¼ වූ ප්‍රස්ථාර සමීකරණය.

මෙම ගණන විසඳීමට කළ යුත්තේ කිසිදු පැකිලීමකින් තොරව $y = mx + c$ සමීකරණයේ අදාල ස්ථානයට ආදේශ කිරීම පමනි. මෙහිදී $m = 5$ ද $c = 1/4$ නිසා පිළිතුර වන්නේ $\mathbf{y = 5x + 1/4}$

4. $y = 2x + 5$ රේඛාවට සමාන්තරය වූද (-6,-3) ලක්ෂය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය සෙවීම.

මෙහිදී අප දතයුතු කරුණක් ඔබට මතක් විය යුතුයි. **එනම් රේඛා දෙකක් එකිනෙකට සමාන්තරයැයි කීමෙන් අදහස් වන්නේ එම රේඛා දෙකේම අනුක්‍රම සමාන බවකි.** එසේ නම් අප සෙවිය යුතු රේඛාවේ අනුක්‍රමනය 2 ද එය ගමන් කරන ලක්ෂයක් අපි දනිමු. එම දත්ත දෙක උපයෝගි කරගෙන රේඛාවක සමීකරණ සොයන ආකාරයද අපි දනිමු.

අනුක්‍රමනය = $(y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$ මෙහි $(x_1,y_1) = (x,y)$ ද $(x_2,y_2) = (-6,-3)$ ද ගමු මෙවිට

$2 = (y - -3) / (x - -6)$

$2 = (y + 3) / (x + 6)$

$2(x + 6) = (y + 3)$

$2x + 12 = y + 3$

$\mathbf{y = 2x + 9}$

5. අනුක්‍රමණය - ½ වූද (-8,6) වූ ලක්ෂය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගැනීම.

ඉහත කොටසේ පරිදි $(x_1,y_1) = (x,y)$ ද $(x_2,y_2) = (-8,6)$ ද ගමු මෙවිට

අනුක්‍රමනය = $(y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$

$-1/2 = (y - 6) / (x - -8)$

$-1/2\,(x + 8) = (y - 6)$

$-1/2\,x - 4 = y - 6$

$\mathbf{y = -1/2\,x + 2}$

6.i. මෙම රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රස්ථාරයේ රේඛාව ගමන් කරන ලක්ෂ දෙකක කන්ඩාංක සොයාගත හැකිය. එම කන්ඩාංක දෙක නම් පිළිවෙලින් x අක්ෂය

ඡේදනය කරන ලක්ෂය වන (-3,0) හා y අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂය (0,-6) වේ. ඒ අනුව අදාල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම (x.y) ලක්ෂයක් සැලකූ විට, $(x_1,y_1) = (0,-6)$ ද $(x_2,y_2) = (-3,0)$ ද ගමු

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$ අනුව

$(y - -6) / (x – 0) = (-6 -0) / (0 - -3)$

$(y +6) / x = -6 / 3$

$3(y +6) = -6 x$

$3y + 18 = -6x$

$3y = -6x -18$

$\mathbf{y = -2x – 6}$

අනුක්‍රමනය = -2 හා අන්තඃකන්ඩය = -6

ii. අනුක්‍රමනය -5 හා ප්‍රස්ථාරය ගමන් කරන ලක්ෂයක කන්ඩාංක (0,-6) නිසා

අනුක්‍රමනය = $(y_1 – y_2) / (x_1 – x_2)$

$-5 = (y - -6) / (x – 0)$

$-5x = y +6$

$y = -5x - 6$

අනුක්‍රමනය = -5 හා අන්තඃකන්ඩය = -6

iii. මෙම රූපයේ රේඛා දෙක සමාන්තර නිසා අනෙක් රේඛාවේද අනුක්‍රමණය -5 විය යුතුයි. එසේනම් රතු පාට රේඛාවේ සමීකරණය

අනුක්‍රමනය = $(y_1 – y_2) / (x_1 – x_2)$

$-5 = (y - - 6) / (x – 0)$ → $\mathbf{-5x = y + 6}$ → $y = -5x – 6$

එසේම නිල් පාට රේඛාව මූල ලක්ෂය හරහා යන නිසා එහි අන්තඃකන්ඩය 0 විය යුතුයි. එම නිසා නිල් පාට රේඛාවේ සමීකරණය

$y = -5x + 0$ → $\mathbf{y = -5x}$


සාමාන්‍ය පෙළ
ගණිතය
8 සිට 11 ශ්‍රේණි දක්වා හා පුනරීක්ෂණ
ගණිතය උපාධිධාරියෙකු විසින් නිවසට පැමිණ පවත්වන
තනි හා කණ්ඩායම් උපකාරක පන්ති
අසේල නිශ්ශංක
විමසීම් : 0716341436 / aselaniss@yahoo.com

වක්‍ර ප්‍රස්තාර

අප මෙතැන් සිට මුලින් ලබා ගත් ප්‍රස්තාර දැනුමද ඇසුරෙන් ප්‍රස්තාර වල ඉතාම වැදගත් කොටස වන වක්‍ර ප්‍රස්තාර අධ්‍යයනය අරඹමු. මෙම කොටසින් අ:පො:ස: (සමාන්‍ය පෙළ) දෙවන ප්‍රශ්න පත්‍රයේ අනිවාර්යයෙන්ම ලැබෙන ප්‍රශ්නයකි. එසේම මෙම ප්‍රශ්නය ලකුණු ඉතාම පහසුවෙන් රැස් කරගත හැකි ප්‍රශ්නයකි. මෙතැන් සිට අපි අපේ අධ්‍යයනය නැවත අරඹමු.

වර්ග සමීකරණ (වර්ගජ සමීකරණ)

අප වක්‍ර ප්‍රස්තාර හැදෑරීමට පළමුව වර්ග සමීකරණ පිළිබඳ අපගේ දැනුම අළුත් කර ගැනීම අධ්‍යයන පහසු කිරීමට හේතුවක් වේවි. පළමු වර්ග සමීකරණයක් ලෙස හඳුන්වන්නේ කුමන ආකාරයක සමීකරණයක්ද?

වර්ග සමීකරණයක් යනු එම සමීකරණයේ ඇති විචල්‍ය පදයේ දෙවන බලයේ පදයක් අඩංගු වන සමීකරණ වේ. අප සලකනු ලබන සමීකරණයේ විචල්‍ය පදය x යැයි සිතූ විට එය වර්ග ප්‍රකාශණයක් විමට x^{-2} පදයක් තිබීම අනිවාර්ය වේ. සධාරණ සමීකරණයක් ලෙස දැක්වූ විට,

$ax^2 + bx + c = 0$ (a,b,c යනු නියත පද වේ)

මෙහි a යනු වර්ග පදයේ සංගුණකය ලෙසද, b යනු x පදයේ සංගුණකය ලෙසද c යනු නියත පදය ලෙසද හැඳින් වේ. මෙහිදී මා ඔබට වර්ග සමීකරන විසඳන ආකාරය ගැන කරුණු දැක්වීමට අදහස් නොකරමි. නමුත් ඔබ දත යුතු කරුණ වන්නේ "වර්ග සමීකරණයක විචල්‍යට තිබිය හැකි උපරිම අගයන් ගණන 2 කි" යන්නයි.

වක්‍ර ප්‍රස්තාර

වක්‍ර ප්‍රස්තාර සඳහා අපි උදා: මගින්ම අධ්‍යයනය අරඹමු.

උදා1: $y = x^2+2x-8$ සමීකරණය සලකමු. ඊට පළමුව මෙම සමීකරණ

සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් විසඳමු.

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$$

$$x(x + 4) - 2(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$x = -4$ හෝ $x = 2$

දැන් අපි බලමු මේ සමීකරණය සඳහා ප්‍රස්තාරයක් නිර්මාණය කිරීමට අගය වගුව පිළියෙල කරන ආකාරය. මෙය කිරීමට ආකාර 2ක් භාවිතා කළ හැක. මින් ඔබ පහසු ක්‍රමය පුහුණු වන්න.

ඉන් පළමු ක්‍රමය අගය වගුව සෑදිය යුතු x අගයන් දී ඇති සමීකරණයට ආදේශ කර ලබා ගැනීමයි. අනෙක් ක්‍රමය වන්නේ අගය වගුව තුළදීම අගයන් ආදේශ කර පිළිතුරු ලබා ගැනීමයි. දෙවන ක්‍රමය කාලය ඉතුරු කල හැකි වුවද සුළු කිරීමේදි වැරදී යාමේ සම්භාවිතා වැඩිය. මම මෙය මෙම වර්ගයේ පළමු ගණන නිසා ක්‍රම දෙකින්ම ආදේශ කර පෙන්වන්නම්.

මෙම ගණන සඳහා අගය වගුව -5 සිට 3 දක්වා යොදා ගමු.

$x = -5$ විට y හි අගය සෙවීම.

$$y = x^2 + 2x - 8$$

$$y = (-5)^2 + 2(-5) - 8$$

$$y = 25 - 10 - 8 = 7$$

$x = -4$ විට y හි අගය සෙවීම.

$$y = x^2 + 2x - 8$$

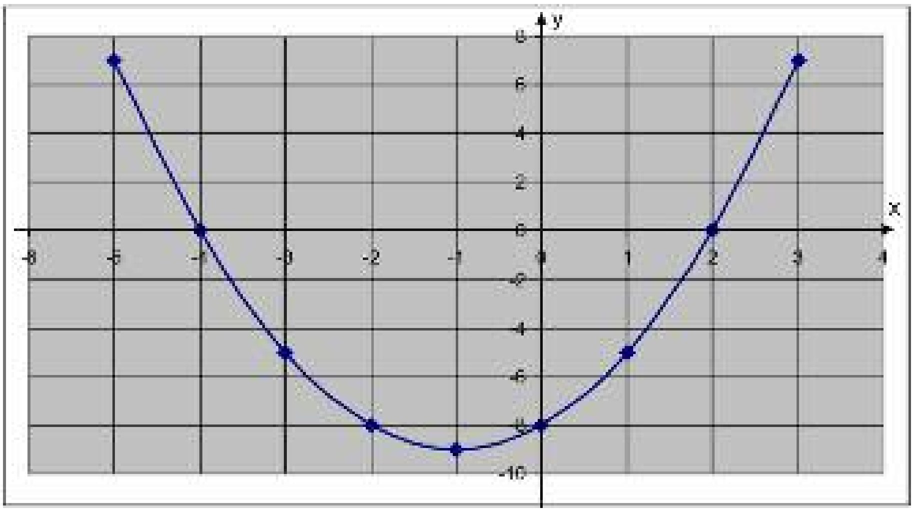
$$y = (-4)^2 + 2(-4) - 8$$

$$y = 16 - 8 - 8 = 0$$

මේ ආකාරයෙන් සියලු අගයන් සඳහා අගයන් ආදේශ කරමින් y ට අදාල අගයන් ලබා ගැනීම හෝ පහත පරිදි අගය වගුව සම්පූර්ණ කරමු.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9
$2x$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8
y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

දැන් මෙම වගුවට අදාල ප්‍රස්තාරය ඇඳිමු.



අප ඊලගට බලමු ප්‍රස්තාර කිහිපයක් එක් ඛණ්ඩාංක තලයක් මත ඇඳ. එමගින් අපට එලඹිය හැකි සධාරණ නිගමන කවරේද යන්නද සාකච්චා කරමු.

අභ්‍යාසය:

පහත දක්වා ඇති ප්‍රස්තාර එකම කණ්ඩාංක තලයක් මත අදින්න.

i. $y = x^2$ ii. $y = -x^2$ iii. $y = x^2 + 1$ iv. $y = -x^2 - 1$

v. $y = 2x^2 + 4x - 3$ $y = -2x^2 + x + 1$

අගය වගුව -4 සිට 4 දක්වා ලබාගන්න.

i. $y = x^2$ (y_1)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

ii. $y = -x^2$ (y_2)

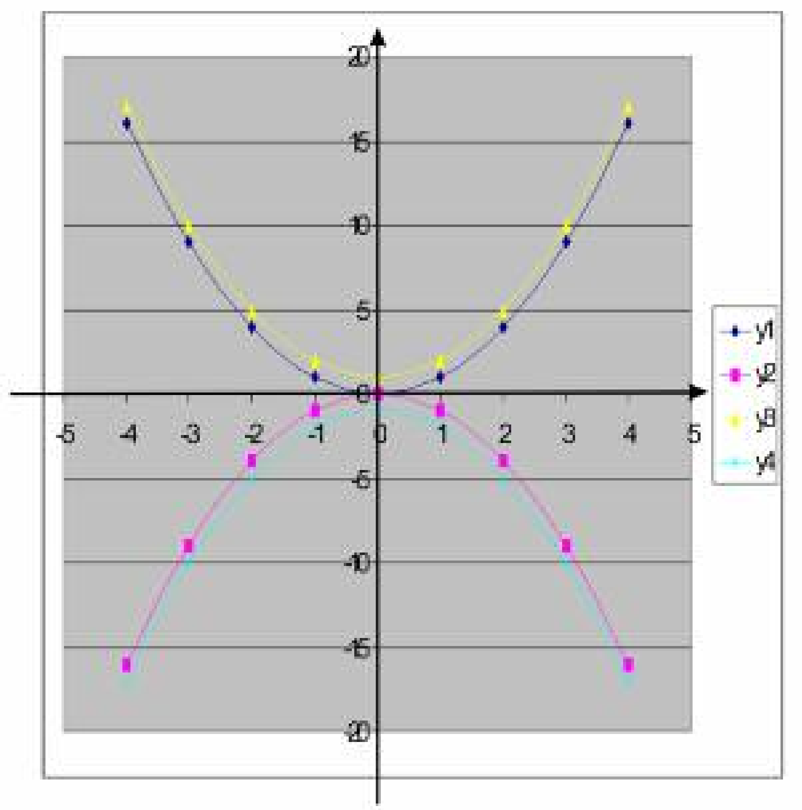
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16

iii. $y = x^2 + 1$ (y_3)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
x^2+1	17	10	5	2	1	2	5	10	17
y	17	10	5	2	1	2	5	10	17

iv. $y = -x^2 - 1$ (y_4)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$-x^2$	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16
$-x^2-1$	-17	-10	-5	-2	-1	-2	-5	-10	-17



උපරිමයන් හා අවමයන් යනු

සාකච්ඡාව:

මෙහිදී ඔබට ලබා ගත හැකි වැදගත්ම නිගමනයක් වන්නේ ප්‍රස්තාරයේ හැඩය x^2 ලකුණ අනුව වෙනස්ව ඇති බවයි.

එනම් x^2 ලකුණ ධන වන විය y_1, y_3 ප්‍රස්තාර මෙන් පහලට උල් වූ ස්වරූපයක් ප්‍රස්තාරයට ලැබේ. මෙසේ පහලට උල් වූ ස්වරූපයෙන් ලැබෙන ප්‍රස්තාරයන්ට ගණිතයේදී ලැබෙන නාමය වන්නේ **අවම ප්‍රස්තාරයක්** යන නාමයයි.

එසේම x^2 ලකුණ ඍණ වන විය y_2, y_4 ප්‍රස්තාර මෙන් ඉහලට උල් වූ ස්වරූපයක් ප්‍රස්තාරයට ලැබේ. මෙසේ ඉහලට උල් වූ ස්වරූපයෙන් ලැබෙන ප්‍රස්තාරයන්ට ගණිතයේදී ලැබෙන නාමය වන්නේ **උපරිම ප්‍රස්තාරයක්** යන නාමයයි.

නිගමනය:

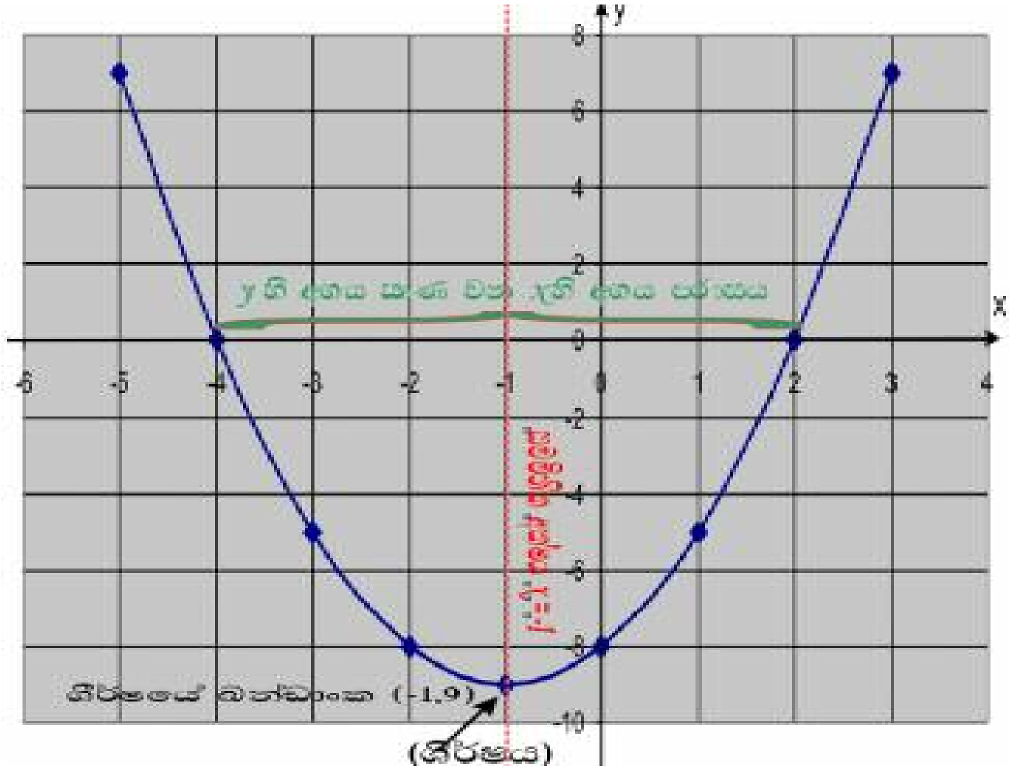
වක්‍ර ප්‍රස්තාරයන්ගේ x^2 පදයේ සංගුනකය ධන නම් එම ප්‍රස්තාරය අවමයක් විය යුතුයි.

වක්‍ර ප්‍රස්තාරයන්ගේ x^2 පදයේ සංගුනකය ඍණ නම් එම ප්‍රස්තාරය උපරිමයක් විය යුතුයි.

එසේ නම් මෙතැන් සිට ඔබට ප්‍රස්තාරය ඇදීමට ප්‍රථම ප්‍රස්තාරය ඇදීමට නියමිත සමීකරණය දුටු පමනිම්ම ප්‍රස්ථතාරයේ හැඩය නිගමනය කල හැකි වනු ඇති.

වක්‍ර ප්‍රස්තාරයක වැදගත් කොටස් හදුනා ගැනීම.

අප මීට පෙර යොදා ගත් උදාහරණට ලබා ගත් ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්ම මෙම කොටස් හදුනා ගමු. මෙම කොටස ඉතාම වැදගත් වන්නේ මෙහිදී සාකච්ඡා කරන කොටස් විභාගයේදී කෙලින්ම ප්‍රශ්න කරන නිසාවෙනි.



y හි අගය ධන හෝ ඍණ වන x හි අගය පරාසය.

මෙහිදී පළමුවම මා ඔබට ප්‍රකාශ කරන්නේ x හි අයග ධන වන අගය පරාසය ඇසීමක් කිරීමට පුළුවන් වන්නේ ප්‍රස්තාරය උපරිමයක් වන අවස්ථාවලදී පමණි. එසේම x හි අයග ඍණ වන අගය පරාසය ඇසීමක් කිරීමට පුළුවන් වන්නේ ප්‍රස්තාරය අවමයක් වන අවස්ථාවලදී පමණි.

දැන් අප ඉහත දක්වා ඇති ප්‍රස්තාරය සලකමු. මෙහිදී මෙම ප්‍රස්තාරයේ හැඩය අවමක් නිසා එහිදී ඇසිය හැකි වන්නේ y හි අගය ඍණ වන x හි අගය අගය පරාසය පමණි. එය රූපයේ දැක් වෙන පරිදි x හි අගය -4 සිට 2 දක්වා වු අගය පරාසය වේ. එය පිළිතුරු ලිවිමේදී පහත ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කළ හැක.

$- \ 4 \leq x \leq 2$

ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක.

සාමාන්‍ය භාෂාවෙන් සඳහන් කළොත් ප්‍රස්තාරයේ ශීර්ෂ යනු ප්‍රස්තාරයේ මුදුන හෝ පහල ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකයි. ඉහත රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (-1, 9) වේ.

ප්‍රස්තාරයක සමමිතික අක්ෂය

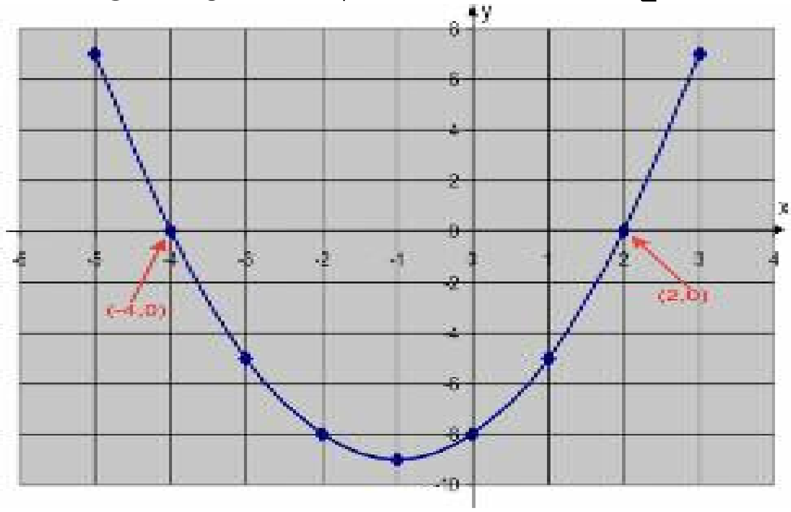
ප්‍රස්තාරයක සමමිතික අක්ෂ යනු ප්‍රස්තාර වක්‍රය හරියටම දෙකට නැවිය හැකි රේඛාවයි. එම රේඛාව ඉහත රූපයට අදාලව නම් $x = -1$ වේ.

ශ්‍රිතයක අවම අගය හා උපරිම අගය

ශ්‍රිතයක් කියා හදුන් වන්නේ අප ඇදි වක්‍ර ප්‍රස්තාරයේ ලද වක්‍ර රේඛාවටමයි. මෙමගින් ඔබෙන් විමසන්නේ වක්‍රය උපරිමයක් නම් උපරිම හ අගයයි.එසේම වක්‍රය අවමයක් නම් අවම හ හි අගයයි. ඉහත දක්වා ඇති ශ්‍රිතය අවමයක් නිසා එහි අවම අගය වන්නේ $y = -9$ වේ.

ප්‍රසතාර ඇසුරෙන් වර්ග සමීකරණ විසදීම.

ප්‍රස්තාරයක් ඇන්ද විට එම සමීකරණයේ විසදුම් හෙවත් මූල ලබා ගැනීම ඉතාම පහසු දෙයකි. ඔබ විසින් කළ යුතු වන්නේ ප්‍රස්තාරයේ වක්‍රය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂය හෝ ලක්ෂ දෙක සේවිහයි. එම ලක්ෂ දෙකේ x හි අගයන් සමීකරණයේ විසදුම් වේ.



ඉහත දක්වා ඇති ප්‍රස්තාරයේ x අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ වන්නේ (-4,0) හා (2,0). එසේ නම් ඉහත ප්‍රස්තාරයේ විසඳුම් හෙවත් මූල වන්නේ ං¸ -4 හො ං¸ 2 වේ.

ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් වර්ග සමීකරණ විසඳීම තව දුරටත්.

මෙහිදී සිදු කිරීමට බලාපොරොත්තු වන්නේ අප ප්‍රස්තාරය අදින සමීකරණය විසදීම පමණක් නොව ඒ ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් තවත් සමීකරණ විසඳීමක් කිරීමටයි. මෙය උදාහරණයක් ඇසුරෙන් සාකච්ඡා කරමු.

උදාහරණය:

i. $y = x^2 - 3x\ -15$ සමීකරණයට ප්‍රස්තාරය ඇදීම සඳහා අගය වගුව $-5 \leq x \leq 8$ දක්වා සකසන්න.

ii. ඒ ඇසුරෙන් ප්‍රස්තාරය අදින්න.

iii. $0 = x^2 - 3x\ -15$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් සොයන්න.

iv. $0 = x^2 - 3x\ -10,$

$0 = x^2 - 2x - 12$

$0 = - x^2 - 2x + 13$ යන සමීකරණයන්ගේ මූල අප අදින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

පිළිතුරු:

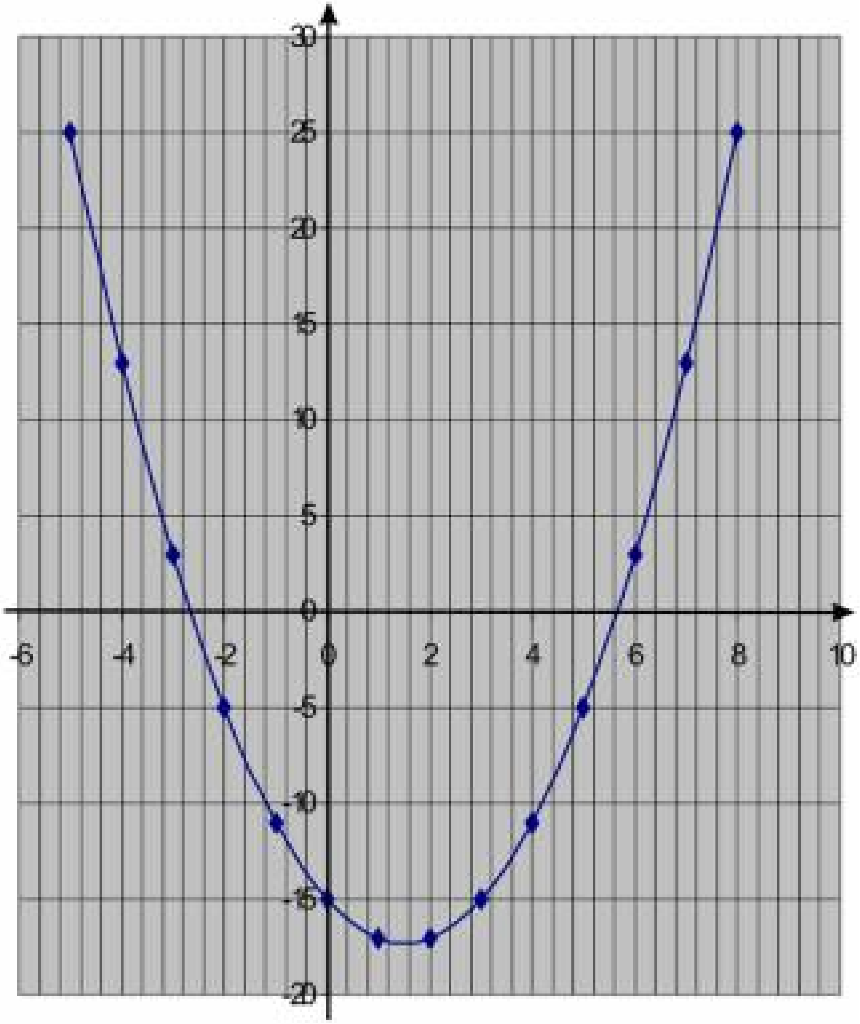
i. අගය වගුව ලබා ගැනීම ඔබට තනිව කල හැකි කාර්යක් නිසා අගය වගුවේ x , y අගයන් පමණක් මෙහි දක්වමු.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	25	13	3	-5	-11	-15	-17	-17	-15	-11	-5	3	13	25

ii. ඊලග පිටුවේ දැක්වේ.

iii. මෙහි මූල ලබා ගැනීමට ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂයන්ගේ x අගයන් ලබා ගමු. ඒ අනුව $x = -3$ හෝ $x = 5$

ii.



iv. මෙම කොටසයි ඔබට අළුත් අධ්‍යයන කිරීමට ඇත්තේ. මෙවැනි ගණන් සෑදීමට ඔබ කළ යුතු වන්නේ අප ඇන්ද ප්‍රස්තාරය උපකාර කරගෙන දී ඇති දෙවන සමීකරණයේ x^2 පදය ඉවත් කිරීමට උත්සහ දැරීමයි. ඒ විට ඔබට ලැබෙන්නේ සරළ රේඛීය ප්‍රස්තාරයක සමීකරණයකි. ඒසේ ලද සමීකරණයට අදාළ ප්‍රස්නාරයද අප පළමුව ඇදි කාටසීය තලය මතම ඇදිමු. ඒ විට ප්‍රස්නාර දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ වලට අදාල x හි අගයන් පිළිතුරු වේ. ඒ අනුව අප දී ඇති උදාහරණය විසඳමු.

අපට දී ඇති පළමු සමීකරණය වන්නේ $0 = x^2 - 3x - 10$ ' මෙවැනි සමීකරණයක් ලැබූ විට මා ඉහත සඳහන් කළ පරිදි කළ යුතු වන්නේ x^2 පද ඉවත් කර ගැනීමට උත්සාහ දැරීමයි. මේ සඳහා සුදුසුම ක්‍රමය වන්නේ පහත දක්වා ඇති පරිදි සමීකරණ දෙක සමගාමී ලෙස විසඳීමයි.

$y = x^2 - 3x - 15$ ---------- (1)

$0 = x^2 - 3x - 10$ --------- (2)

(1) – (2) $y = - 5$

එසේ නම් අප $0 = x^2 - 3x - 10$ සමීකරණයේ විසදුම් හෙවත් මූල ලබා ගැනීමට කළ යුතු වන්නේ $y = - 5$ ප්‍රස්තාරය ඉහත ඇඳි $y = x^2 - 3x - 15$ ප්‍රස්තාරය මත ඇද ඡේදන ලක්ෂයන්ගේ x අයන් ලබා ගැනීමයි. ඒ අනුව පිළිතුර වන්නේ $x = -2$ හෝ $x = 5$

ඉහත පරිදිම අනෙක් සමීරණ විසදු විට

$0 = x^2 – 2x – 12$ මූල සේවීම සඳහා

$y = x^2 - 3x - 15$ ---------- (1)

$0 = x^2 – 2x – 12$ --------(2)

(1) – (2) $y = - x - 3$

මෙවැනි සමීකරණයක් ලද විට ඔබට පහසු x ලක්ෂ දෙකක් ගෙන එයට අදාල y ඛන්ඩාංක ලබා ගෙන එම ලක්ෂ දෙක ආධාරයෙන් ඇදීම ප්‍රමාණවත් වේ. ඒසේම මෙමගින් කාලයද ඉතිරි වේ.

$x = 0$ විට $y = -x -3 - \rightarrow y = 0 + -3 \rightarrow y = -3;$

$x = 2$ විට $y = -x -3 - \rightarrow y = -2 + -3 \rightarrow y = -5;$ (0,-3) , (2,-5)

එසේ නම් $0 = x^2 – 2x – 12$ සමීකරණයේ මූල වන්නේ $x \approx -2.4$ හෝ $x \approx -2.3$

$0 = - x^2 - 2x + 13$ මූල සේවීම සඳහා

$y = x^2 - 3x - 15$ ---------- (1)

$0 = - x^2 - 2x + 13$ --------(2)

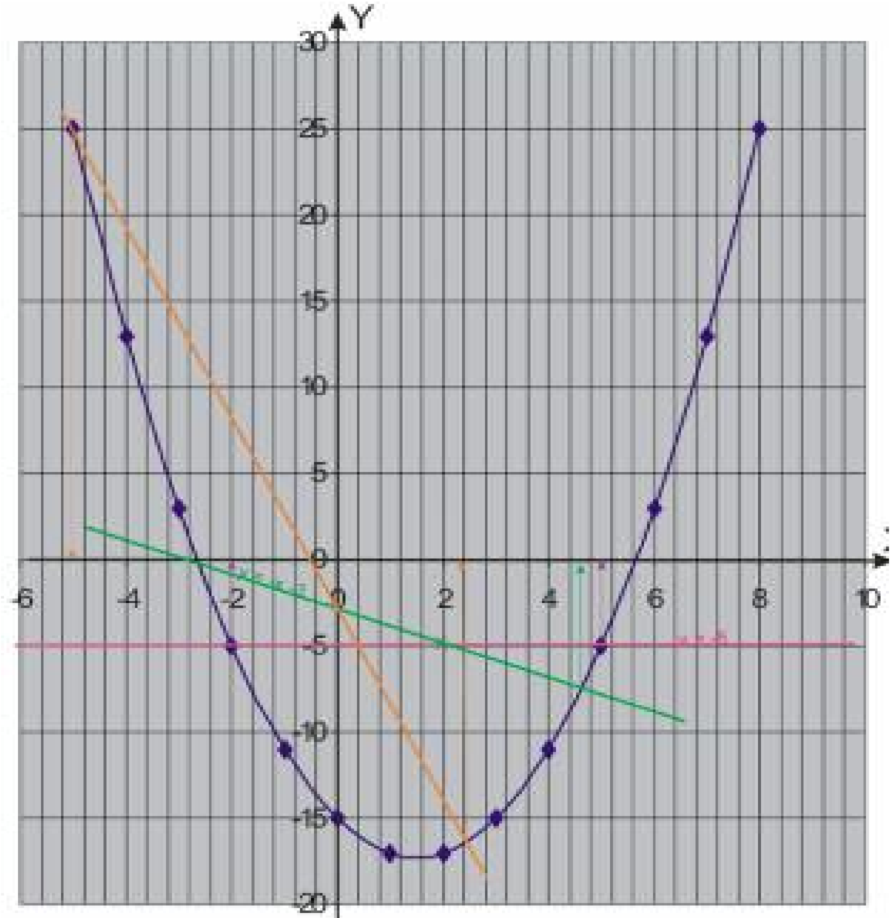
(1) + (2) $y = - 5x - 3$

මෙවැනි සමීකරණයක් ලද විට ඔබට පහසු x ලක්ෂ දෙකක් ගෙන එයට අදාල y ඛණ්ඩාංක ලබා ගෙන එම ලක්ෂ දෙක ආධාරයෙන් ඇඳීම ප්‍රමාණවත් වේ. එසේම මෙමගින් කාලයද ඉතිරි වේ.

$x = 0$ විට $y = -5x -3 - \rightarrow y = 0 -3 \rightarrow y = -3;$

$x = 1$ විට $y = -5x -3 - \rightarrow y = -5 x 1 -3 \rightarrow y = -8;$ $(0,-3) , (1,-8)$

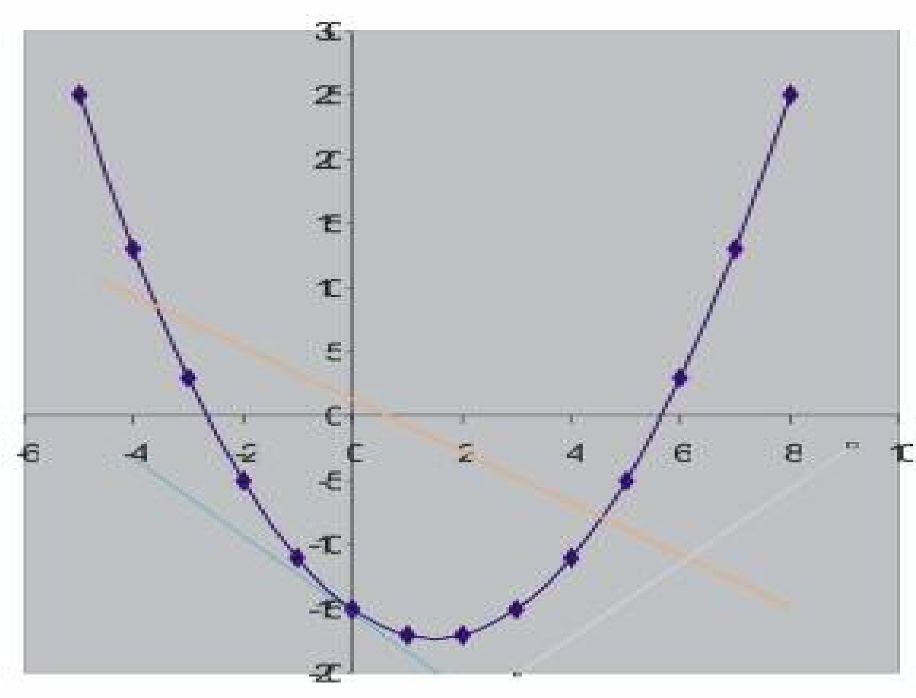
එසේ නම් $0 = x^2 - 2x + 13$ සමීකරණයේ මූල වන්නේ x =--5 *fyda* $x \approx 2.2$



(මෙහි දී සමහර පිළිතුරු දල වශයෙන් ඉදිරිපත් කර ඇත්තේ ප්‍රස්ථාරයේ පෙනුම අනුව වේ. ඔබ නිර්මාණය කරණ ප්‍රස්ථාර මගින් නිවැරදිම පිළිතුර ලබා ගත හැකි වේ)

මෙහිදි ඔබට පෙනේවි ප්‍රස්තාර දෙකක් ඡේදනය වන උපරිම ලක්ෂ දෙකක් වන බව. එනම් මින් ඔබ දත යුත්තේ වර්ග සමීකරණයක වූ විචල්‍යයකට ගත

ඇති උපරිම අගයන් වන්නේ දෙකක් බව. අපි අනෙක් අවස්ථා ගැන සලකා බලමු.



මෙහි තැඹිලි පාට රේඛාව පරිදි රෙඛාව ඡේදනය වන විට එම සමීකරණයට තාත්වික මූල දෙකක් ඇත.

උදා:($x^2 + 3x - 10 = 0$ වැනි සමීකරණයක් ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් විසඳූ විට

මෙම රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වක්‍රය හා අප ඇඳි රේඛාව ස්පර්ෂ වන්නේ තාත්වික මූල එකක් පමණක් ඇති සමීකරණ වලදීයි

උදා: $x^2 + 4x + 4 = 0$ වැනි සමීකරණයක් ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් විසඳූ විට

මෙම රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වක්‍රය හා අපට ලද රේඛාව ස්පර්ෂ නොවන්නේ තාත්වික මූල නොපවතින අවස්ථා වලදීයි. මෙම අවස්ථාව සාः පෙः සඳහා ලැබීමේ අවස්ථාව ඉතාමත්ම විරලය.

අභ්‍යාසය:

දැනු ඔබ දැනුමෙන් බෙහෝ සම්පූර්ණ නිසා මා විසින් රචනා කල "තෙලිතුඩ ආදර්ශ ප්‍රශන් පත්‍ර 2009" හි වූ ගණන් කිහිපයක් ඉදිරිපත් කරමි.

1. i. $y = - x^2 + 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇදීම සඳහා ලබාගත් x හි හා y හි අගය ඇතුළත් වගුවක් -4 ≤ං ≤ 4 අගයන් සඳහා සකස් කරන්න. ගණනය කිරීම්ද වෙනම දක්වන්න.

   ii. ප්‍රස්තාර කඩදාසියක් ගෙන සුදුසු පරිමාණයක් යොදාගෙන ප්‍රස්තාරය නිර්මාණය කරන්න.

   iii. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් - මෙම ප්‍රස්තාරය උපරිමයක්ද අවමයක්ද?

   iv. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් -සමමිතික අක්ෂය සොයන්න

   v. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් -ශ්‍රිතය ධන අගයන් ගන්නා පරාසය ලියන්න.

   vi. ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය හෝ ශ්‍රිතයේ අවම අගය වී බව සඳහන් කරමින් ලියා දක්වන්න

පිලිතුරු

$y = - x^2 + 4$

$x = -4$ විට $y = - x^2 + 4 = -(-4)^2 + 4 = -12$

$x = -3$ විට $y = - x^2 + 4 = -(-3^2) + 4 = -5$

$x = -2$ විට $y = - x^2 + 4 = -(-2^2) + 4 = 0$

$x = -1$ විට $y = - x^2 + 4 = -(-1^2) + 4 = 3$

$x = 0$ විට $y = - x^2 + 4 = 0 + 4 = 4$

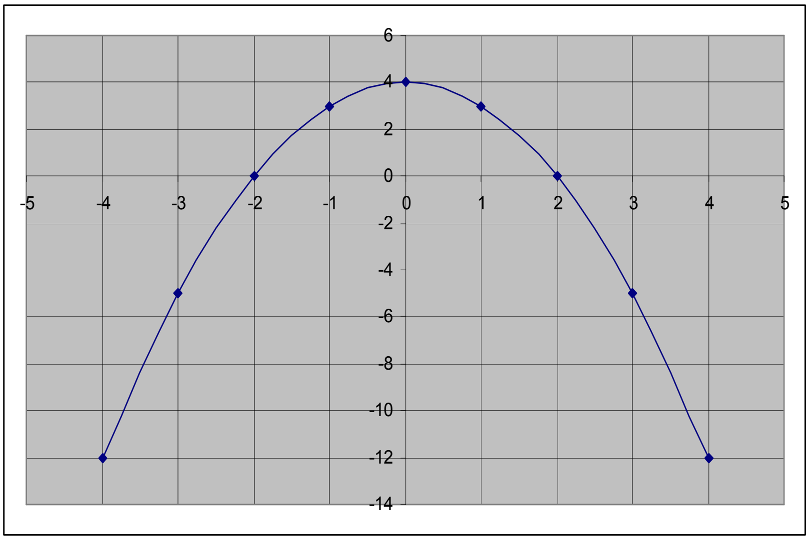
$x = 1$ විට $y = - x^2 + 4 = -1^2 + 4 = 3$

$x = 2$ විට $y = - x^2 + 4 = -2^2 + 4 = 0$

$x = 3$ විට $y = - x^2 + 4 = -3^2 + 4 = -5$

$x = 4$ විට $y = - x^2 + 4 = -4^2 + 4 = -12$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-12	-5	0	3	4	3	0	-5	-12



iii. උපරිමයක් වේ.

iv. $x = 0$

v. $-2 \leq x \leq 2$

vi . උපරිම අගය 4.

2.

i. $y = 3 - 4x - 2x^2$ හි ශ්‍රිතය ඇඳීමට $-4 \leq x \leq 2$ දක්වා අගය වගුවක් සකසන්න. ගණනය කිරීම්ද දක්වන්න.

සසග සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

iii. ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

iv. $0 = 3 - 4x - 2x^2$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

v. $2x^2 + 3x = 1$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

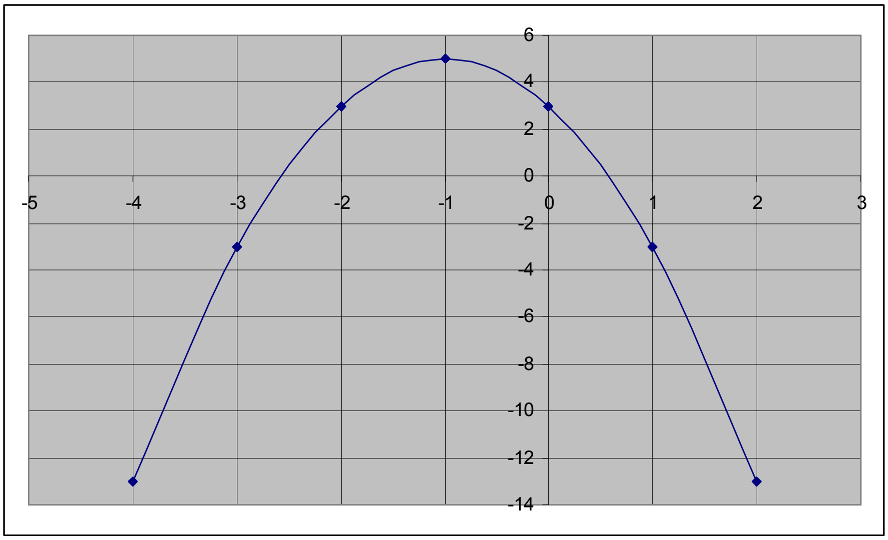
පිළිතුරු :

$y = 3 - 4x - 2x^2$

$x = -4$ විට $\rightarrow y = 3 - (4 \text{ x } - 4) - 2 \text{ x } (-2)^2 = -13$

$x = 1$ විට $\rightarrow y = 3 - 4 \text{ x } 1 - 2 \text{ x } 1^2 = -3$

……………



ii.

සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය = $x = -1$

iii.

ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක = $(-1, 5)$

iv.

{$0 = 3 - 4x - 2x^2$ සමීකරණයේ මූල ලැබෙන්නේ x ලක්ෂය ප්‍රස්තාරය ඡේදනය කරන ස්ථාන වේ. }

$x = -2.5$, $x = ½$

v.

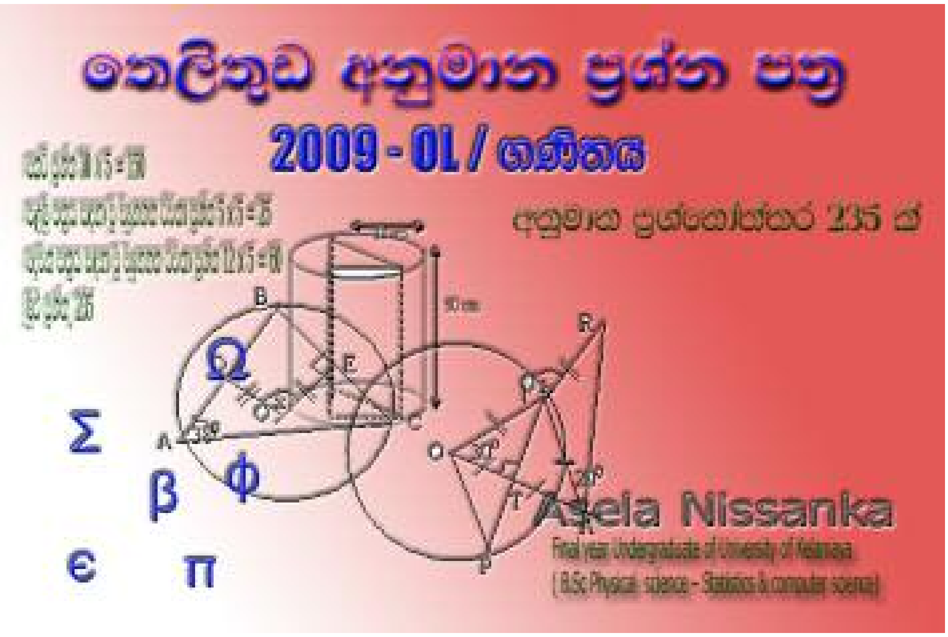
$y = 3 - 4x - 2x^2$ ------- (1)

$0 = 2x^2 + 3x - 1$ ------- (2)

$y = -x + 2$

{ඉහත ලබා ගත් සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරය මෙම ඛණ්ඩාංක තලය මත ඇඳ ප්‍රස්තාර දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ වල x අගයන් වේ. මෙම පිලිතුරු පතහි එය දක්වා නොමැත.}

නිමි.


තෙලිතුඩ අනුමාන ප්‍රශ්න පත්‍ර
2009 - OL / ගණිතය
අනුමාන ප්‍රශ්නෝත්තර 235 ක්
Asela Nissanka
Final year Undergraduate of University of Kelaniya
(BSc Physical science - Statistics & computer science)


සාමාන්‍ය පෙළ
ගණිතය
8 සිට 11 ශ්‍රේණි දක්වා හා පුනරීක්ෂණ
ගණිතය උපාධිධාරියෙකු විසින් නිවසට පැමිණ පවත්වන
අසේල නිශ්ශංක
විමසීම් : 0716341436 / aselaniss@yahoo.com