Model Paper 1

සංයුක්ත ගණිතය II **පැ 3 යි**

A කොටස **සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.**

---

1. අංශුවක් බිම පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව A සිට තිරස් ව a දුරින් හා සිරස්ව b උසින් පිහිටි බිත්තියක් යන්තමින් පසු කරයි නම් එය බිත්තියේ සිට $ab/(a \tan\alpha - b)$ තිරස් දුරින් බිම පතිත වන බව පෙන්වන්න.

2. O කේන්ද්‍රය ඇතිව අරය a සහ b (a>b) වන වෘත්ත දෙකක පරිධිය ඔස්සේ u හා v ඒකාකාර වේගයෙන් A හා B අංශු එකම අතකට චලනය වෙයි. එක්තරා අවස්ථාවක දී A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය AB ඔස්සේ පවතින විට $A\hat{O}B = \theta$ නම් $\cos\theta = (au+bv)/(bu+av)$ බව පෙන්වන්න.

3. M, m ස්කන්ධැති ගෝල දෙකක් V, v ප්‍රවේග වලින් එකම දිශාවට චලිත වී සරලව ගැටේ. මෙහි V>v වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් ගැටුම නිසා එකකින් අනෙකට මාරු වන ගම්‍යතාවය $(1+e)(V-v)Mm/(M+m)$ බව පෙන්වන්න.

4. සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු තන්තුවක එක් කෙළවරකට M ස්කන්ධයක් ගැට ගසා ඇත. එහි අනෙක් කෙළවරට සචල කප්පියක් එල්ලා ඇත. m_1, m_2 ස්කන්ධැති අංශු දෙකක් දෙකෙළවරින් ඈඳු සැහැල්ලු තන්තුවක් මෙම කප්පිය උඩින් වැටී ඇත. $M= 4m_1m_2/(m_1+m_2)$ නම් M ස්කන්ධය නිශ්චලතාවේ පවතින බව හෝ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන බව පෙන්වන්න.

5. "අර්ධවෘත්තයෙක පිහිටි කෝණය සෘජු කෝණයකි" ප්‍රමේයය දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

6. තිරසට α ආනත අචල රළු ආනත තලයක් මත W බරැති වස්තුවක් තබා එහි වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව අඩංගු තලයේ ක්‍රියාකරන; වස්තුව තලය දිගේ පහලට ලිස්සායාම වැළැක්වීමට පමණක් ප්‍රමාණවත් අවම P බලයක් තලයට සමාන්තරව තලය දිගේ ඉහළට වස්තුව මත යොදා එය සමතුලිතව තිබේ. තලයත් වස්තුව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $P=W\sin\alpha - \mu W\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

7. A හා B යනු $P(A)=1/3$, $P(B)=2/9$ හා $P(A/B)= 1/2$ වන සේ වූ සිද්ධි දෙකක් නම්,
a) $P(A\cap B)$, b) $P(A\cup B)$, c) $P(B/A')$ සොයන්න.

8. A හා B සිද්ධීන් දෙකක් ස්වායත්ත යැයි කියනු ලබන්නේ $P(A\cap B)=P(A).P(B)$ ම නම් පමණක් වේ.
A හා B ස්වායත්ත සිද්ධීන් දෙකක් නම් ඒවායේ අනුපූරක සිද්ධීන් ද එකිනෙකට ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.
[$(A\cap B)'=A'\cap B'$ බව උපකල්පනය කළ හැකිය. තමහි (') යන්නෙන් අනුපූරක සිද්ධීන් හැඳින්වේ.]

9. 1 සිට 9 දක්වා වූ නිඛිල සංඛ්‍යාවන්හි මධ්‍යන්‍යය, විචලතාව සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

10. එක්තරා ආයතනයක නියුක්ත සේවකයින්ගේ වයස් පහත සඳහන් අයුරු වරග කොට ඇත.

වයස් සීමාව/ අවුරුදු	සේවක සංඛ්‍යාව
20-29	14
30-39	25
40-49	29
50-59	22
60-69	10

ව්‍යාප්තියේ මාතය සොයන්න.

B කොටස **ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

11. i. නිශ්චලතාවේ සිට ගමන් අරඹන දුම්රියක් $1/3\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් සෘජු මාරගයක චලනය වී $V\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. ඊළගට එය V ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ චලනය වෙයි. අවසානයේදී දුම්රිය $1\ ms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. ගත වූ මුළු කාලය මිනිත්තුවක් වන අතර ගමන් කළ මුළු දුර 432 m වෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳ V හි අගය සොයන්න.
ඒ නයින් චලිතයේ අවස්ථා තුනෙහි දී ගමන් කළ දුරවල් 3:2:1 අනුපාතයට වන බව පෙන්වන්න.

ii. මෝටර බෝට්ටුවක් $U\ kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන නැවක් දකියි. දකින මොහොතේ දී පිළිවෙළින් නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට වූ Ox, Oy කාටීසීය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් නැවෙහි ඛණ්ඩාංක (6d, 2d) වෙයි. මෙහි O මූලය බෝට්ටුවෙහි ගනු ලබන අතර දුර km **වලින් මනිනු ලැබෙයි.** බෝට්ටුව නැව හමුවීම සඳහා ක්ෂණිකව නැගෙනහිරින් උතුරට α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට $V\ kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කිරීම අරඹයි. $\alpha= \tan^{-1}[3/4]$ බව දී ඇත්නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි පෙත අඳින්න. ඒ නයින් U ඇසුරෙන් V හි අගය සොයා හමුවීමට ගතවන කාලය $5d/ 2U$ බව පෙන්වන්න.

HMT HELLARAWA B.Sc.Eng. 0776 53 0096

12. **i.** සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සෝපානයක සිවිලිමට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධ m සහ M $(M>m)$ වු අංශු දරයි. සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහලට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර එම වේලාවේම අංශු නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. සෝපානයට සාපේක්ෂව අංශුවල ත්වරණ සොයා තන්තුවේ ආතතිය $2mM(g+F)/(m+M)$ බව පෙන්වන්න.
වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවයේ තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න.

ii. අරය a වු සුමට සිලින්ඩරයක් එහි අක්ෂය තිරස්ව පිහිටන පරිදි සවි කර තිබේ. දිග $\pi a/3$ වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධය m වු අංශු දෙකක් ඈඳා සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨය මත තන්තුව ඇදී පවතින පරිදි සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්භක සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. දැන් එක් අංශුවකට කුඩා විස්තාපනයක් ලබා දුන් පසුව ඒවා සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨය මත $a\theta$ දුරක් ගමන් කල විට අංශුවල ප්‍රවේග v යන්න $v^2 = ga\sqrt{3}(1-\cos\theta)$ මගින් ලැබෙන බවත් මෙ මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය ද සොයන්න.
තවද පළමුව අංශුවක් සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨය හැර යන මොහොතේ එක් එක් අංශු සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨය මත $a\beta$ දුරක් ගමන් කර ඇති බව පෙන්වන්න. මෙහි $\tan\beta = 5\sqrt{3}/11$ වේ.

13. ස්වභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන සිහින් සැහැල්ලු දුන්නක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා එහි එක් කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා අනෙක් කෙළවරට m ස්කන්ධැති අංශුවක් සවිකර ඇත. දුන්න එහි දිග $l/2$ දුරකට සම්පීඩනය කර සීරුවෙන් අතහරී. අනතුරුව අංශුවේ ඇතිවන චලිතය සරල අනුවර්තීය බව පෙන්වා

i. දෝලන කාලාවර්තය $2\pi\sqrt{ml/\lambda}$ බවත්

ii. දුන්නේ දිග $5l/4$ වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{3\lambda l/16m}$ බවත් පෙන්වන්න.

14. i. ABCD යනු $AB=2a$, $AD=a$ වු සෘජුකෝණාස්‍රයකි. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F ද වේ. AB හා AD ඔස්සේ වු ඒකක දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{i}$, $\underline{j}$ වේ. AE, BF රේඛා P දී ඡේදනය වේ නම් λ හා μ අදිශ විට
$\overrightarrow{AP} = \lambda(2a\,\underline{i} + a/2\,\underline{j})$, $\overrightarrow{AP} = 2a\,i + \mu(-a\,\underline{i} + a\,\underline{j})$ බව පෙන්වා එමගින් λ හා μ සොයා AP:PE හා BP:PF සොයන්න.

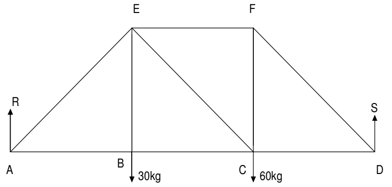
ii. ABCDEF යනු කේන්ද්‍රය O සහ පැත්තක දිග මීටර a වු සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. නිව්ටන් P, 2P, 3P, 4P, 5P බල පහක් පිළිවෙළින් AB, BC, CD, DE, EF පාද දිගේ අකුරු පිළිවෙළට දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. AFO ත්‍රිකෝණයෙහි AF, FO, OA පාද දිගේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන Q, R, S අළුත් බල තුනක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ.
සංයුක්ත පද්ධතිය,

1. සමතුලිත වන පරිදි
2. ඝුර්ණය ABC අතට $Pa\sqrt{3}$ Nm වු යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි

Q, R, S හි අගයන් P ඇසුරෙන් සොයන්න.

15. i. ABCD සමාන දිග $2a$ සහ බර W වු ඒකාකාර දඬු හතරක් රොම්බසයක් සෑදෙන සේ සුවල ලෙස සන්ධි කර A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා තිබේ. රොම්බසය කඩා හැලෙන්නට නොහැකි වන සේ ඉහළින් ඇති දඬු දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය දිග $2a\sin\alpha$ වු සැහැල්ලු දණ්ඩෙකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම සොයන්න. C සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

ii. රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ලේ $AB=BC=CD=BE=CF$ හා $A\hat{B}E = D\hat{C}F = 90^0$ වේ. A සහ D ආධාරකවල දී ඇති R සහ S සිරස් බල මගින් එය පිහිටුවා ඇත. R සහ S සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.



HMT HELLARAWA B.Sc.Eng 0776 53 0096

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත ශීර්ෂයේ සිට 3h/4 දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
එවැනි කේතුවක අඩ-සිරස් කෝණය 15° වන අතර එහි ආධාරකය රළු තිරස් ගෙබිමක ඇතිව නිශ්චලව තිබේ. එහි ශීර්ෂයට සම්බන්ධිත සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් කේතුව ඇල කරනු ලැබේ. කේතුවේ අක්ෂය අඩංගු සිරස් තලයක තිරස සමග 45° කෝණයක් සාදමින් තන්තුව පහළට ඇදී තිබෙයි. කේතුවේ දාරය ගෙබිම මත යන්තම් ලිස්සා යන්නේ ගෙබිම සහ දාරයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයට සිරස් ව ඉහළින් ශීර්ෂය පිහිටන විට දී ය. තන්තුවේ T ආතතිය අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව සහ ඝර්ෂණ බලය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.
ඒ නයින්

i. $T= 3\sqrt{2} W/ 16$ බව ද
ii. ඝර්ෂණ සංගුණකයේ අගය 3/19 බව ද

පෙන්වන්න.

17. i. සිද්ධියක සාර්ථක භාවයේ සම්භාවිතාව p ද අසාර්ථක භාවයේ සම්භාවිතාව q (=1-p) ද වේ. යටත් පිරිසෙයින් එක සාර්ථකත්වයක් හා යටත් පිරිසෙයින් එක අසාර්ථකත්වයක් ලැබෙන තුරු ස්වාධීනව උත්සාහ කෙරේ. උත්සාහ r සංඛ්‍යාවක් ($r \geq 2$) අවශ්‍ය වීමේ සම්භාවිතා සොයා එමගින් මෙම සම්භාවිතාව $p = 1/2$ වන විට එය $(1/2)^{r-1}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.
යුවලක් ඔවුනට ගැහැණු දරුවකු හා පිරිමි දරුවකු ලැබෙන තුරු හෝ දරුවන් හතර දෙනෙකු ලැබෙන තුරු හෝ ළමයින් ලබා ගැනීමට තීරණය කරති. ගැහැණු දරුවකු හෝ පිරිමි දරුවකු ලැබීම සම සේ භව්‍ය යැයි සලකා මෙම සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii. එක්තරා වසරකදී ගොවිපොළකින් උගුලන ලද අල වල බර පහත දැක්වෙන පරිදිය.

බර (gr)	අල ගණන
150-154	55
155-159	519
160-164	2,711
165-169	6,634
170-174	9,230
175-179	6,661
180-184	2,720
185-189	639
	29,169

මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය දැක්වෙන සටහනක් අඳින්න.(ජාල රේඛය, සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය)
එය සමමිතික වක්‍රයක් ද නැතහොත් කුටික වක්‍රයක් ද?
අල වල මධ්‍යන්‍යය බර සොයන්න.
මධ්‍යස්ථය ඇත්තේ කුමන පන්තියෙහිද? බරෙහි මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
මාතය ඇත්තේ කුමන පන්තියෙහිද? බරෙහි මාතය සොයන්න.

HMT HELLARAWA B.Sc.Eng. 0776 53 0096