සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි/ All Rights Reserved] Eng. Nilupul Sri Sankalpa

නිලුපුල් ශ්‍රී සංකල්ප, නිලුපුල් ශ්‍රී සංකල්ප, Nilupul Sri Sankalpa, Nilupul Sri Sankalpa

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
Department of Examination,Sri Lanka

ආදර්ශ ප්‍රශ්න පත්‍ර 11
Test Paper 11

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

පැය: 1 විනාඩි :45
1 hour & 45 min

10 S I

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1.(a) $x^2 - px + q = 0$ හි මූල α, β නම් $\dfrac{\beta^2}{\alpha}$ සහ $\dfrac{\alpha^2}{\beta}$ මූල වශයෙන් ඇති සමීකරණය ලියන්න. $q = 2$ නම් හා $p^3 - 6p - 6 = 0$ විට, α, β හි තාත්වික අගයන් සොයන්න. ඒ නයින් $x^3 - 6x - 6 = 0$ සමීකරණයේ තාත්වික මූලය සොයන්න.

(b). $p, q, r \in \mathbb{R}$ විට, $px^4 + qx^3 + rx^2 - qx + p = 0$ යන සමීකරණය y හි වර්ගජ සමීකරණයකට ඌනනය කල හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - x^{-1}$ වේ.

එනයින් x සඳහා තාත්වික මූල තිබීමට p, q, r සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතාවය සොයන්න.

(c). $f(x)$ යනු තුන්වන මාත්‍රයේ බහු පද ශ්‍රිතයකි. එය $(x^2 - 1)$ බෙදූ විට, ශේෂය, $13x + 14$ වේ. එහි $(x+2)^2$ සාධකයක් වේ. $f(x)$ සොයන්න. ඒනයින් $f(x) = 0$ ට තාත්වික සමපාත මූල තුනක් ඇති බව පෙන්වන්න.

2. (a) ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිතාකර, ඕනෑම n ධන නිඛිල සංඛ්‍යාවක් සඳහා $\dfrac{n^5}{5} + \dfrac{n^3}{3} + \dfrac{7n}{15}$ යන්න නිඛිලයක් බව පෙන්වන්න.

(b). ශ්‍රේණියක සාධාරණ පදය $U_r = \dfrac{1}{r(r+1)(r+2)(r+3)}$ වේ. එය භින්න හා වලට වෙන් කරන්න.

ඒනයින් $U_r = A\left(V_r - V_{r+1}\right) + B\left(V_{r+1} - V_{r+2}\right) + C\left(V_{r+2} - V_{r+3}\right)$ වන අයුරින් A, B, C නියතයන් හා $V_r, V_{r+1}, V_{r+2}, V_{r+3}$ සොයන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{6} - \frac{1}{6(n+1)} + \frac{1}{3(n+2)} - \frac{1}{6(n+3)}$ බව පෙන්වන්න. ශ්‍රේණියේ අභිසාරී වන බව පැහැදිලි කරන්න.

(c) $y = |x+1| - x$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය හා $y = 4 - |x-1|$ හි දළ ප්‍රස්ථාර, එකම සටහනලක අඳින්න. ඒනයින් $|x+1| + |x-1| < x + 4$ අසමානතාවය විසඳන්න. $|x+1| + |x-1| = x + 4$ වන x හි අගයන් සොයන්න.

3. (a) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(1-\cos x)}{x^4}=\frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $y=\tan^{-1}\left(\frac{2x\sqrt{1-x^2}}{1-2x^2}\right)$ වේ. $z=\sin^{-1}x$ නම්, $\frac{dy}{dz}$ සොයන්න.

(c). දී තිබෙන අරයක් ඇති ගෝලයක් තුල සංවෘත කේතුවක් අන්තර් ගත කරනු ලබයි. කේතුවේ පරිමාව උපරිමයක නම් එය ගෝලයේ පරිමාවෙන් $\frac{8}{27}$ බව පෙන්වන්න.

(d). $f(x)=(x-1)^2(x+1)$ ලෙස ලබා දී ඇත. $f'(x)$ සොයා $f(x)$ හි ස්ථාවර ලක්ෂයන් ගෙනහැර දක්වමින් $y=f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න. සපර්ශෝන් මුඛ ලක්ෂ ගෙනහැර දක්වමින් $y=\frac{1}{f(x)}$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අපෝහනය කරන්න.

4. (a) Cos ප්‍රමේය සාධනය කරන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් $k\in\mathbb{R}$ $(a+b+c)(b+c-a)=kbc$ වේ නම්,

A කෝණයේ අගය k ඇසුරින් සොයන්න. ඒනයින් k ට තිබිය හැකි උපරිම හා අවම නිඛිල අගය සොයන්න. එම එක් එක් අවස්ථාව සඳහා A කෝණයේ අගය සොයන්න.

(b). $f(x)=5\cos^2x-24\sin x\cos x-5\sin^2x+6$ ප්‍රකාශනය $a\cos(2x+\alpha)+b$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. ඒනයින් සියලු තාත්වික x සඳහා $|f(x)|\le 19$ බව පෙන්වන්න. $0\le x\le 2\pi$ පරාසය තුල $y=f(x)$ හි දළ සටහන අඳින්න. තවද මෙම පරාසය තුල $f(x)=k$ සමීකරණයට

i. විසඳුම් නොතිබෙන්නේ,
ii. විසඳුම් දෙකක් තිබෙන්නේ,
iii. විසඳුම් තුනක් තිබෙන්නේ,
iv. විසඳුම් හතරක් තිබෙන්නේ, k හි කවර අගය පරාසයකට ද?

***

A A A
Nilupul Sri Sankalpa
B.Sc. Eng. (Hon's, Electrical & Electronic)
077-2249927