

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය: 1 විනාඩි :45
1 hour & 45 min

10 S II

ප්‍රශ්න හතරකට පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) මිසයිලයක් තිරස සමඟ $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයක් සාදන සරල රේඛාවක ඔස්සේ U ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි.

පොළවේ වූ මිසයිල නාශක තුවක්කුවකට සිරස්ව h උසකින් මෙය පියාසර කරන විට, V ප්‍රවේගයෙන් තිරස සමඟ $\beta (> \alpha)$ කෝණයක් සාදන දිශාවට, උණ්ඩයක් නිකුත් කරයි. උණ්ඩය මිසයිලයේ ගැටෙන බව සලකා, මිසයිලයට සාපේක්ෂව උණ්ඩයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර තිරස් හා සිරස් චලිතය සඳහා වෙන වෙනම අදින්න. ඒනයිත්,

i. $\cos \beta = \frac{U \cos \alpha}{V}$ බව ද,

ii. ගැටුම් අවස්ථාවේ මිසයිලයට සාපේක්ෂව උණ්ඩයේ ප්‍රවේගය සොයා $V^2 > U^2(1 + 2\lambda \sin \alpha + \lambda^2)$ බව ද

පෙන්වන්න. මෙහි, $\lambda = \frac{\sqrt{2gh}}{U}$ වේ.

(b) මුහුදු කොල්ලකරුවන්ගේ නැවක්, P මුරපොළක සිට p දුරකින් පිහිටි, l සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ උතුරට v නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා $t = 0$ මොහොතක දී P මුරපොළේ සිට d ලම්භ දුරකින් පිහිටි, l මත මුරපොළට පහලින් පිහිටි S නම් ස්ථානයක සිට නැව ගමන් කරමින් තිබේ. එවිටම මුර බෝට්ටු දෙකක් නැව අල්ලා ගැනීමට, සිට දිශා දෙකක් ඔස්සේ එකම $u (< v)$ වේගයෙන් පිටත් වෙයි. ඒවා t_1, t_2 කාලවල දී නැව වෙත ලඟා වෙයි. $t_2 - t_1 = \frac{\sqrt{d^2 u^2 - p^2 v^2}}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න.

2. (a) ස්කන්ධය M වූ කුක්කුයක් සුමට තලයක් මත තබා ඇත. කුක්කුයේ තිරසට α ක් ආනත මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලබයි. ඇතිවන චලිතයේ දී කුක්කුයේ ත්වරණය $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න. කුක්කුය d දුරක් චලනය වන කාලය තුළ අංශුව s දුරක් ආනත තලයේ චලනය වේ නම්, $\left(1 + \frac{M}{m}\right)d = s \cos \alpha$ බව පෙන්වන්න. මේසය හා කුක්කුය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{M(M + m)g}{M + m \sin^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(b) බලකොටුවකට ලඟා වන මාර්ගය තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ තලයකි. තලය මත X ලකෂ්‍යයේ දී තුවක්කුවක් තබා ඇත. තලයට ලම්භකව u ප්‍රවේගයෙන් තුවක්කුවෙන් උණ්ඩයක් නිකුත් කරනු ලැබේ. Y හි දී එය තලයේ වැටේ.

$XY = \frac{2u^2}{g} \tan \alpha \sec \alpha$ බව පෙන්වන්න.

Y හි තබා ඇති මෙවැනි තුවක්කුවකින් ඕනෑම දිශාවක් ඔස්සේ එම ප්‍රවේගයෙන්ම වෙඩි තැබිය හැක. $\alpha < \sin^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$ නම් Y තුවක්කුවේ වෙඩි වැටෙන පරාසය තුළ X පිහිටන බව පෙන්වන්න.

3. (a). උපරිම වොට් $10^3 H$ ජවයකින් යුත් එන්ජිමක් සහිත මුළු ස්කන්ධය Mkg වූ දුම්රියක් නිශ්චලතාවයේ සිට තිරස් මාර්ගයක් ඔස්සේ ගෙන යනු ලැබේ. චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය නියතයක් ද එය Rkg ද වේ. $10^3 H$ උපරිම ජවයෙන් කාර්යය කරන විට, එන්ජිම Pkg ප්‍රකර්ෂණ බලයක් යොදයි. පසුව එන්ජිම නවත්වනු ලබයි නම්, දුම්රිය නියත ප්‍රතිරෝධී බලයක් යටතේ නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ගමන්කල දුර මීටර $\frac{10^3 MH^2}{2PR(P-R)}$ බව පෙන්වන්න. ($g = 10ms^{-2}$ ලෙස යොදා ගත හැක).

(b). කේන්ද්‍රය O හා අරය a සහිත, අවල සුමට සහ ගෝලයක් තිරස් බිමක සවි කොට, ගෝලයේ පෘෂ්ඨය මත A ලක්ෂ්‍යයක සිට P නම් බර අංශුවක් රඳවා තබා පසුව එය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලබයි. මෙහි A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ උඩු සිරස සමඟ OA , α සුළු කෝණයක් සාදන අන්දමටය, OP රේඛාව උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට,

- i. $a\theta = 2g(\cos \alpha - \cos \theta)$ බවත්,
- ii. අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්ව යන්නේ $\cos \theta = \frac{2}{3} \cos \alpha$ විට බව පෙන්වන්න.

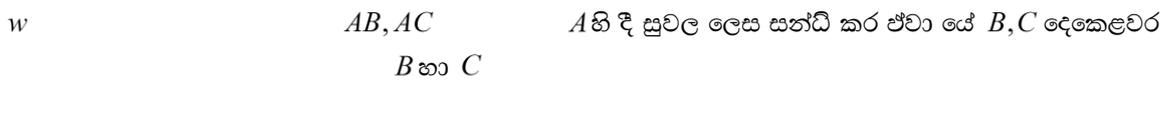
(c). A, B, C, D, E, F ලක්ෂ්‍යය සවිධි ෂඩ්‍රස්‍රයකය ශීර්ෂ වෙයි. $2P, P, 2P, P, \lambda P, \mu P$ යන විශාලත්වයෙන් යුත් බල පිළිවලින් AB, BC, DC, ED, EF හා AF දිශා ඔස්සේ වෙයි.

- i. පද්ධතිය සමතුලිත වන පරිදි λ, μ හි අගයන් සෙවිය හැකිද? පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.
- ii. පද්ධතිය EB ඔස්සේ ක්‍රියාකාරනු ලබන බලයකට උභයන්තය වනු පිණිස λ, μ ට තිබිය යුතු අගයන් සොයන්න.

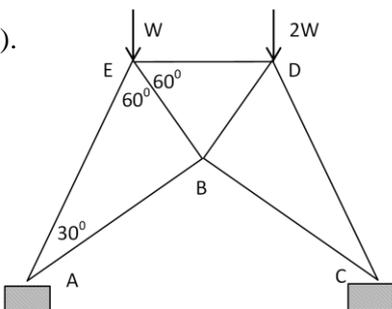
4. AB ඉණිමගක් එහි A කෙළවර රළ තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළ සිරස් බිත්තියක ස්පර්ශ වී නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි. AB ඉණිමග අඩංගු සිරස්තලය බිත්තියට ලම්භක වෙයි. A, B එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී සර්ෂණ සංගුණකය μ වන අතර, ඉණිමග G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මගින් $AG:GB = k:1$ අනුපාතයට බෙදෙයි නම්, එහි තිරසට ආනතිය $\tan \theta = \frac{k - \mu^2}{\mu(k + 1)}$ බව පෙන්වන්න. ඉණිමග ඒකාකාරී වී $\theta = \frac{\pi}{2} - 2\lambda$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි λ යනු

සර්ෂණකෝණය වේ. ඉණිමගෙහි ආනතිය $\alpha (< \frac{\pi}{2} - 2\lambda)$ වී එය පහලට ලිස්සායාම වැළැක්වීම පිණිස ඉණිමගට යෙදිය යුතු යුග්මය $G = w \cos(\alpha + 2\lambda)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි W යනු ඉණිමගේ බර හා $2a$ යනු එහි දිග වේ.

5 (a).



(b).



රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු වලින් යුක්ත වන අතර වන අතර ජ්‍යාමිතියෙන් සමමිතික වේ. පද්ධතිය A, C ආධාරක මත, තබා ඇත. D, E හි දී පිළිවලින් $2W, W$ බලයන් යොදා ඇත. ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇසුරින් BE, AB, ED දණ්ඩුවල ආනතිය, තෙරපුම් සොයන්න.

