

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු  
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

සංයුක්ත ගණිතය II  
Combined Mathematics II

පැය: 1 විනාඩි :45  
1 hour & 45 min

10 S II

ප්‍රශ්න හතරකට පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) මිසයිලයක් තිරස සමඟ  $\alpha \left( < \frac{\pi}{2} \right)$  කෝණයක් සාදන සරල රේඛාවක ඔස්සේ  $U$  ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි.

පොළවේ වූ මිසයිල නාශක තුවක්කුවකට සිරස්ව  $h$  උසකින් මෙය පියාසර කරන විට,  $V$  ප්‍රවේගයෙන් තිරස සමඟ  $\beta (> \alpha)$  කෝණයක් සාදන දිශාවට, උණ්ඩයක් නිකුත් කරයි. උණ්ඩය මිසයිලයේ ගැටෙන බව සලකා, මිසයිලයට සාපේක්ෂව උණ්ඩයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර තිරස් හා සිරස් චලිතය සඳහා වෙන වෙනම අදින්න. ඒනයිත්,

i.  $\cos \beta = \frac{U \cos \alpha}{V}$  බව ද,

ii. ගැටුම් අවස්ථාවේ මිසයිලයට සාපේක්ෂව උණ්ඩයේ ප්‍රවේගය සොයා  $V^2 > U^2(1 + 2\lambda \sin \alpha + \lambda^2)$  බව ද පෙන්වන්න. මෙහි,  $\lambda = \frac{\sqrt{2gh}}{U}$  වේ.

(b) මුහුදු කොල්ලකරුවන්ගේ නැවක්,  $P$  මුරපොළක සිට  $p$  දුරකින් පිහිටි,  $l$  සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ උතුරට  $v$  නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා  $t = 0$  මොහොතක දී  $P$  මුරපොළේ සිට  $d$  ලම්භ දුරකින් පිහිටි,  $l$  මත මුරපොළට පහලින් පිහිටි  $S$  නම් ස්ථානයක සිට නැව ගමන් කරමින් තිබේ. එවිටම මුර බෝට්ටු දෙකක් නැව අල්ලා ගැනීමට, සිට දිශා දෙකක් ඔස්සේ එකම  $u (< v)$  වේගයෙන් පිටත් වෙයි. ඒවා  $t_1, t_2$  කාලවල දී නැව වෙත ලඟා වෙයි.  $t_2 - t_1 = \frac{\sqrt{d^2 u^2 - p^2 v^2}}{v^2 - u^2}$  බව පෙන්වන්න.

2. (a) ස්කන්ධය  $M$  වූ කුකුළුයක් සුමට තලයක් මත තබා ඇත. කුකුළුයේ තිරසට  $\alpha$  ක් ආනත මුහුණත මත ස්කන්ධය  $m$  වූ අංශුවක් තබා සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලබයි. ඇතිවන චලිතයේ දී කුකුළුයේ ත්වරණය  $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$  බව පෙන්වන්න. කුකුළුය  $d$  දුරක් චලනය වන කාලය තුළ අංශුව  $s$  දුරක් ආනත තලයේ චලනය වේ නම්,  $\left(1 + \frac{M}{m}\right)d = s \cos \alpha$  බව පෙන්වන්න. මේසය හා කුකුළුය අතර ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{M(M + m)g}{M + m \sin^2 \alpha}$  බව පෙන්වන්න.

(b) බලකොටුවකට ලඟා වන මාර්ගය තිරසට  $\alpha$  කෝණයක් ආනත වූ තලයකි. තලය මත  $X$  ලකෂ්‍යයේ දී තුවක්කුවක් තබා ඇත. තලයට ලම්භකව  $u$  ප්‍රවේගයෙන් තුවක්කුවෙන් උණ්ඩයක් නිකුත් කරනු ලැබේ.  $Y$  හි දී එය තලයේ වැටේ.

$XY = \frac{2u^2}{g} \tan \alpha \sec \alpha$  බව පෙන්වන්න.

$Y$  හි තබා ඇති මෙවැනි තුවක්කුවකින් ඕනෑම දිශාවක් ඔස්සේ එම ප්‍රවේගයෙන්ම වෙඩි තැබිය හැක.  $\alpha < \sin^{-1} \left( \frac{1}{3} \right)$  නම්  $Y$  තුවක්කුවේ වෙඩි වැදින පරාසය තුළ  $X$  පිහිටන බව පෙන්වන්න.

3. (a). උපරිම වොට්  $10^3 H$  ජවයකින් යුත් එන්ජිමක් සහිත මුළු ස්කන්ධය  $Mkg$  වූ දුම්රියක් නිශ්චලතාවයේ සිට තිරස් මාර්ගයක් ඔස්සේ ගෙන යනු ලැබේ. චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය නියතයක් ද එය  $Rkg$  ද වේ.  $10^3 H$  උපරිම ජවයෙන් කාර්යය කරන විට, එන්ජිම  $Pkg$  ප්‍රකර්ෂණ බලයක් යොදයි. පසුව එන්ජිම නවත්වනු ලබයි නම්, දුම්රිය නියත ප්‍රතිරෝධී බලයක් යටතේ නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ගමන්කල දුර මීටර  $\frac{10^3 MH^2}{2PR(P-R)}$  බව පෙන්වන්න. ( $g = 10ms^{-2}$  ලෙස යොදා ගත හැක).

(b). කේන්ද්‍රය  $O$  හා අරය  $a$  සහිත, අවල සුමට සහ ගෝලයක් තිරස් බිමක සවි කොට, ගෝලයේ පෘෂ්ඨය මත  $A$  ලක්ෂ්‍යයක සිට  $P$  නම් බර අංශුවක් රඳවා තබා පසුව එය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලබයි. මෙහි  $A$  ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ උඩු සිරස සමඟ  $OA$ ,  $\alpha$  සුළු කෝණයක් සාදන අන්දමටය,  $OP$  රේඛාව උඩු සිරස සමඟ  $\theta$  කෝණයක් සාදන විට,

- i.  $a\theta = 2g(\cos \alpha - \cos \theta)$  බවත්,
- ii. අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්ව යන්නේ  $\cos \theta = \frac{2}{3} \cos \alpha$  විට බව පෙන්වන්න.

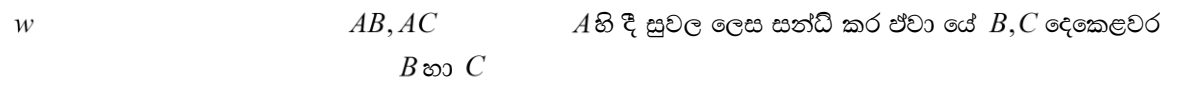
(c).  $A, B, C, D, E, F$  ලක්ෂ්‍යය සවිධි ෂඩ්‍රස්‍රයකය ශීර්ෂ වෙයි.  $2P, P, 2P, P, \lambda P, \mu P$  යන විශාලත්වයෙන් යුත් බල පිළිවලින්  $AB, BC, DC, ED, EF$  හා  $AF$  දිශා ඔස්සේ වෙයි.

- i. පද්ධතිය සමතුලිත වන පරිදි  $\lambda, \mu$  හි අගයන් සෙවිය හැකිද?. පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.
- ii. පද්ධතිය  $EB$  ඔස්සේ ක්‍රියාකාරනු ලබන බලයකට උභයන්තය වනු පිණිස  $\lambda, \mu$  ට තිබිය යුතු අගයන් සොයන්න.

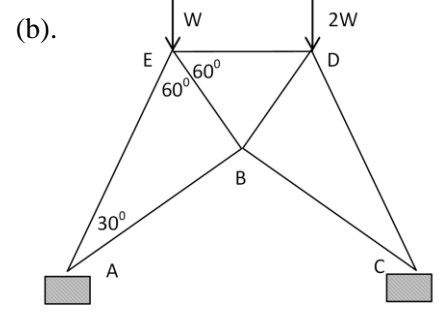
4.  $AB$  ඉණිමගක් එහි  $A$  කෙළවර රළ තිරස් ගෙබිමක සහ  $B$  අනෙක් කෙළවර රළ සිරස් බිත්තියක ස්පර්ශ වී නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි.  $AB$  ඉණිමග අඩංගු සිරස්තලය බිත්තියට ලම්භක වෙයි.  $A, B$  එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී සර්ෂණ සංගුණකය  $\mu$  වන අතර, ඉණිමග  $G$  ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මගින්  $AG:GB = k:1$  අනුපාතයට බෙදෙයි නම්, එහි තිරසට ආනතිය  $\tan \theta = \frac{k - \mu^2}{\mu(k+1)}$  බව පෙන්වන්න. ඉණිමග ඒකාකාරී විට  $\theta = \frac{\pi}{2} - 2\lambda$  බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි  $\lambda$  යනු

සර්ෂණකෝණය වේ. ඉණිමගෙහි ආනතිය  $\alpha (< \frac{\pi}{2} - 2\lambda)$  විට එය පහලට ලිස්සායාම වැළැක්වීම පිණිස ඉණිමගට යෙදිය යුතු යුග්මය  $G = w \cos(\alpha + 2\lambda)$  බව පෙන්වන්න. මෙහි  $W$  යනු ඉණිමගේ බර හා  $2a$  යනු එහි දිග වේ.

5 (a).



$\alpha (< 90^\circ)$



(b).

රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු වලින් යුක්ත වන අතර වන අතර ජ්‍යාමිතියෙන් සමමිතික වේ. පද්ධතිය  $A, C$  ආධාරක මත, තබා ඇත.  $D, E$  හි දී පිළිවලින්  $2W, W$  බලයන් යොදා ඇත. ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇසුරින්  $BE, AB, ED$  දණ්ඩුවල ආනතිය, තෙරපුම් සොයන්න.