සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි/ All Rights Reserved]

නිලුපුල් ශ්‍රී සංකල්ප, නිලුපුල් ශ්‍රී සංකල්ප, නිලුපුල් ශ්‍රී සංකල්ප, Nilupul Sri Sankalpa, Nilupul Sri Sankalpa

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තුමේන්තුව
Department of Examination,Sri Lanka

ආදර්ශ ප්‍රශ්න පත්‍ර 27
Test Paper 27

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
Three hours

10 S I

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1.(a) වර්ගජ සමීකරණයක මූල අතර සම්බන්ධතාවය සොයන්න. $g(x)=ax^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල α_1,α_2 නම් ද $f(x)=bx^2+cx+a=0$ සමීකරණයේ මූල α_3,α_4 නම්,

i. $(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_1-\alpha_4)=f(\alpha_1)/b$ බව පෙන්වන්න. ii. $(\alpha_2-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_4)$ සඳහා ද ප්‍රකාශනයක් සොයා,

ඒනයින් $(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_1-\alpha_4)(\alpha_2-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_4)=\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{ab^2}$ බව පෙන්වන්න. $f(x)=0, g(x)=0$ ට පොදු මූලයක් පවතී නම්, a,b,c අතර සම්බන්ධතාවය සොයා ඒවායේ අනිත් මූල වලින් සෑදෙන සමීකරණය සොයන්න.

(b). ax^3+bx+c ප්‍රකාශනයට x^2+px+1 ආකාරයේ සාධකයක් ඇත් නම්, $a^2-c^2=ab$ බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථාවේ ax^3+bx+c ට සහ cx^3+bx^2+a ප්‍රකාශන වලට පොදු වර්ගජ සාධක පවතින බව පෙන්වනන.

2. (a). $ab+(a+d)br+(a+2d)br^2+...$ ලෙස සාමාන්තර ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් අර්ථ දක්වා ඇත. ශ්‍රේණියේ මුල් පද n හි එකතුව, $S_n=\dfrac{ab}{(1-r)}+dbr\dfrac{(1-r^{n-1})}{(1-r)^2}+\dfrac{[a+(n-1)d]br^n}{1-r}$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $3+2.3.\frac{1}{2}+3.3\frac{1}{2^2}+...$ ශ්‍රේණියේ එකතුව සොයන්න.

(b). $(1+x)^n$ සඳහා ද්වීපද ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. හුදෙක් වීජීය ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් $C_0+2C_1+3C_2+......+(n+1)C_n=(n+2)2^{n-1}$ බව පෙන්වන්න මෙහි $C_r={}^nC_r$ වේ.

3.(a) $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)dx$ බව සාධනය කරන්න. ඒයින් $\int_{-\pi}^{\pi}\dfrac{\sin^2 x}{1+a^x}dx$ අගයන්න. මෙහි $a>0$ වූ නියතයකි.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතාකොට $\int_0^1 e^x(x-1)^n dx=16-6e$ වීම සඳහා n හි අගය සොයන්න.

(c) $t=3+2\cos x$ ආදේශයෙන් $\int\dfrac{dx}{\sin x(3+2\cos x)}$ අගයන්න.

4. (a) $(a+bx)e^{y/x}=x$ නම් $x^3\dfrac{d^2y}{dx^2}=\left(x\dfrac{dy}{dx}-y\right)^2$ බව සාධනය කරන්න. a,b නියත වේ.

(b) දී ඇති වෘත්තයක් තුල අන්තර්ගත කල හැකි උපරිම වර්ගඵලයක් සහිත ත්‍රිකෝණය සමපාද බව පෙන්වන්න.

(c). $\lim\limits_{x\to\beta}\dfrac{1-\cos(ax^2+bx+c)}{(x-\beta)^2}=\dfrac{a^2(\alpha-\beta)^2}{2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි α,β යනු $ax^2+bx+c=0$ හි මූලය.

6. (a) A,B,C,D,E,F වාමාවර්ථ අතට ගන්නා ලද සවිධ ෂඩස්‍රයක ශීර්ෂ වන අතර O මූල ලක්ෂයේ පිහිටා ඇති අතර $Z=3$ හි A හිහිටා ඇත. B,C ශිර්ෂයන්ට අනුරූප සංකීර්ණ සංඛ්‍යයා සොයන්න.

i. B,O,C ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරනය $|Z-Z_0|=R$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරනාන.

ii. ෂඩස්‍රය 45^0 ක් දක්ෂිනාවර්ථව භ්‍රමණය කලවිට B,C හි නව පිහිටීම් $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් විට, $\dfrac{1+Z+Z^2}{1-Z+Z^2}$ මගින් හුදෙක් තාත්වික සංඛ්‍යාවක් නිරූපනය වේ නම්, $|Z|=1$ බව පෙන්වා Z හි පථය විස්ථර කරන්න.

6. (a). විචල්‍ය වෘත්තයක් අචල ලක්ෂයක් හරහා යමින් අචල වෘත්තයක විෂ්කම්භාභිමුඛ ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඒ වෘත්තය ඡේදනය කරයි. එහි කේන්ද්‍රයේ පථය සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

$(2,0)$ හරහා යන්නා වූ ද $x^2+y^2=1$ වෘත්තය විෂ්කම්භාභිමුඛ ලක්ෂ්‍ය වල දී කපන්නා වූ ද $x^2+y^2-4y-5=0$ වෘත්තය සෘජුකෝණීව ඡේදනය කරන්නා වූද වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(b). P යනු $x+y+1=0$ මත පිහිටි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යක් වේ. $2x+3y+5=0$ රේඛාවට ලම්භ ලෙස එය M හි දී හමුවන ලෙස PM ඇඳ තිබෙයි. $PM=MN$ වන පරිදි N තෙක් PM දික් කර ඇත. N හි පථය $13(x+y+1)-10(2x+3y+5)=0$ බව පෙන්වන්න.

7. (a) Δ ABc ත්‍රිකෝණයක වර්ග ඵලය යයි ගනිමු. $\Delta=\dfrac{1}{2}bc\sin A$ බව සාධනය කරන්න. ABS ත්‍රිකෝණයේ A,B,C කෝණවල අභ්‍යයන්තර කෝණ සමච්ඡේදක සම්මුඛ පාද පිළිවලින් D,E,F හි දී කපනු ලැබේ. O යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රය වේ. $AO=\dfrac{2\Delta}{a+b+c}\operatorname{cosec}\dfrac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න. තවද DEF ත්‍රිකෝණයේ වර්ග ඵලය $\dfrac{2abc\Delta}{(b+c)(a+c)(a+b)}$ බව පෙන්වන්න

(b) $\sin x+\cos y=\cos 2x-\cos 2y=1$ යන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

8. (a) $y=2|x+1|-3$ සහ $y=x+2|x-1|$ හි ප්‍රස්ථාර එකම රූපසටහනක අඳින්න, ඒ නයින්, $2|x+1|-3<x+2|x-1|$ අසමානාතාවය සපුරාලන x හි අගය පරාසය සොයන්න. තවද $2|x+1|-3=x+2|x-1|$ සමීකරණය සොයන්න.

(b). *Simplification* යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ල ගෙන සෑදිය හැකි වචන ගණන සොයන්න. තවද වරකට අක්ෂර 4 ක් ගෙන සෑදිය හැකි වචන ගනන සොයන්න.

(c) $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ ලෙස දී ඇත.

a) $A^3=3A^2-3A+I$ බව පෙන්වන්න.

b) ඒනයින් A^{-1} සොයන්න.

***

A A A

B.Sc. Eng (Hon’s, Electrical & Electronic Engineer)
077-2249927