ත්‍රිකෝණමිතිය
TRIGONOMETRY

Danushka Koggala
B.Sc

2000 – 2010 වසරවල විභාග ගැටලු

01. (අ.) $n \in \mathbb{Z}, \theta \neq n\pi$ හෝ $2n\pi - \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\frac{1+\cos\theta+\sin\theta}{1-\cos\theta+\sin\theta} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(ආ.) සියලු තාත්වික x සඳහා

$8(\cos^6 x + \sin^6 x) = 5 + 3\cos 4x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = \cos^6 x + \sin^6 x$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ තුළ $\cos^6 x + \sin^6 x = k$ සමීකරණට

i. විසඳුම් නොමැති බව.
ii. විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීම.
ii. විසඳුම් තුනක් පමණක් තිබීම.
iv. විසඳුම් හතරක් පමණක් තිබීම.

සඳහා k හි අගය හෝ අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න. **(2000 A/L)**

02. (අ.) $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා $4\sin^2 x + 12\sin x\cos x - \cos^2 x + 5 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ.) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය සහ කෝසයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\frac{b+c}{2k-1} = \frac{c+a}{k} = \frac{a+b}{2k+1}$ බව දී ඇත; මෙහි k යනු 2 ට වඩා වැඩි එහෙත් 4 ට සමාන නොවන දෙන ලද නිඛිලයක්ද,

a, b, c යනු ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන් පාද ද වේ.

$\frac{\sin A}{2k-1} = \frac{\sin B}{k} = \frac{\sin C}{k-1}$ බව පෙන්වන්න.

k ඇසුරෙන් cos A ලබාගෙන $\frac{\cos A}{(k-4)(k+1)} = \frac{\cos B}{k^2+2} = \frac{\cos C}{(k+4)(k-1)}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි A , B , C ට සුපුරුදු තේරුම් ඇත. **(2000 A/L)**

03. (අ.) ඕනෑම x තාත්වික සංඛ්‍යාවක් සඳහා

$\sin^3 2x\cos 6x + \cos^3 2x\sin 6x = \frac{3}{4}\sin 8x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin^3 2x\cos 6x + \cos^3 2x\sin 6x = a$ සමීකරණය විසඳිය හැකි a අගයන් අපෝහනය කරන්න.

(ආ.) ත්‍රිකෝණයක විශාලතම කෝණය කුඩාතම කෝණයේ තරම මෙන් දෙගුණයක්ද, දිගම පාදය කෙටිතම පාදයේ දිග මෙන් $1\frac{1}{2}$ ගුණයක්ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කුඩාතම කෝණය $\cos^{-1}\left[\frac{3}{4}\right]$ බව පෙන්වන්න. මධ්‍ය පාදයේ දිග 10 cm බව දී ඇත්නම්, අනෙක් පාද දෙකේ දිගවල් සොයන්න.

(2001 A/L)

www.eduLanka.lk

04. ABC යනු $b > c$ පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයකි. D සහ E යනු, A හරහා මධ්‍යස්ථය AD වන පරිදි ද, AD ,AE මගින් A කෝණය ත්‍රිච්ඡේද කරන පරිදි ද BC මත පිහිටි ලක්ෂය වේ. සුදුසු ලෙස තෝරා ගනු ලැබූ තකෝණ දෙකකට සයින් නියමය යෙදීමෙන්,

$\cos\frac{A}{3} = \frac{b}{2c}$ බව සාධනය කරන්න.

$DE : EB = 1 : K$ නම් $\cos\frac{A}{3}$ රාශිය $\frac{(2+k)c}{2kb}$ ට ද සමාන බව පෙන්වන්න.

$k = 1$ නම් $A = 90^0$ බවද $K = 2$ නම් $A = 135^0$ බවද අපෝහනය කරන්න.

එක් එක් අවස්ථාවේ දී, a ඇසුරෙන් b සහ c නිර්ණය කරන්න. **(2002 A/L)**

05. (a.) θ යනු $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයකට සමාන නොවන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් විට,

$x = \sin\theta - \cos\theta$ සහ $y = \tan\theta + \cos\theta$ නම්, $\sin 2\theta$

i. x ඇසුරෙන් පමණක්, ii. y ඇසුරෙන් පමණක්,

ලබාගන්න.

එනයින් x සහ y අතර සම්බන්ද්තාවයක් ලබාගන්න.

(b.) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2\cos 2x)\sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\sin x\ (\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c.) තකෝණයක සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන් $a = b + \lambda c$ වේ. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$

$\lambda\cos\frac{C}{2} = \cos\left[B + \frac{C}{2}\right]$ බව පෙන්වන්න. **(2003 A/L)**

06. (a.) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ නම්, එවිට $\sin\theta\tan\theta > 2(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(b.) $\sin(A - B)$ හා $\cos(A - B)$ හි ප්‍රසාරණ උපයෝගී කර ගනිමින්

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ හා $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan x = \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$ බව පෙන්වා,

$\tan\frac{\pi}{12} = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c.) තකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$\frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}$ බව සාධනය කරන්න.

(2004 A/L)

www.eduLanka.lk

07. (a.) (i) සෑම θ සඳහාම $8\cos^4\theta - 4\cos^3\theta + 3\cos\theta + 1 = \cos 4\theta - \cos 3\theta$ බවත්,

(ii) 7θ යන්න 2π හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් නම්, $\cos 4\theta = \cos 3\theta$ බවත්,

පෙන්වන්න.

$\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b.) තකෝණයක සඳහා සයින් නිතිය පකාශ කරන්න.

O යනු $O\hat{A}B = O\hat{B}C = O\hat{C}A = \theta$ වන පරිදි ABC තකෝණයක තුළ පිහිටි ලක්ෂයක් යැයි ගනිමු.

OBC හා OAB තකෝණවලට සයින් නිතිය භාවිතා කරමින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$OB = \dfrac{a\sin(C-\theta)}{\sin C} = \dfrac{c\sin B}{\sin B}$ බව සාධනය කර,

$\cot\theta = \cot A + \cot B + \cot C$ බව අපෝහනය කරන්න. **(2005 A/L)**

08. (a.) (i) $\sin 3\theta = \cos 2\theta$ සමිකරණය විසදීමෙන් $\sin 18^0 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{\pi}{4} = 2\tan^{-1}\left[\frac{1}{3}\right] + \tan^{-1}\left[\frac{1}{7}\right]$ සහ

$\tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\left[\frac{1}{7}\right] + \tan^{-1}\left[\frac{2}{11}\right]$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{\pi}{4} = 2\tan^{-1}\left[\frac{2}{11}\right] + 3\tan^{-1}\left[\frac{1}{7}\right]$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b.) සයින් නිතිය පකාශ කර, කෝසයින් නිතිය අපෝහනය කරන්න.

ABC තකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන $\dfrac{b+c}{5} = \dfrac{c+a}{6} = \dfrac{a+b}{7}$, බව දී ඇත.

(i) $\dfrac{\sin A}{4} = \dfrac{\sin B}{3} = \dfrac{\sin C}{2}$

(ii) $\dfrac{\cos A}{-1} = \dfrac{4\cos B}{11} = \dfrac{2\cos C}{7}$ බව පෙන්වන්න. **(2006 A/L)**

09. (a.) සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නතිය පකාශ කරන්න.

P යනු $P\hat{A}B = P\hat{B}C = P\hat{C}A = \varphi$ වන අයුරින් ABC තකෝණය ඇතුළත වූ ලක්ෂයකි.

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\dfrac{abc}{2}\left[\dfrac{BP}{bc} + \dfrac{CP}{ac} + \dfrac{AP}{ab}\right]\sin\varphi$ බව සාධනය කරන්න.

$\dfrac{1}{\sin^2\varphi} = \dfrac{1}{\sin^2 A} + \dfrac{1}{\sin^2 B} + \dfrac{1}{\sin^2 C}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b.) (i) $2\tan^{-1}\left[\frac{1}{5}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{5}{12}\right]$,

(ii) $2\tan^{-1}\left[\frac{5}{12}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{120}{119}\right]$,

(iii) $\tan^{-1}\left[\frac{120}{119}\right] - \frac{\pi}{4} = \tan^{-1}\left[\frac{1}{239}\right]$

බව පෙන්වන්න.

$4\tan^{-1}\left[\frac{1}{5}\right] - \tan^{-1}\left[\frac{1}{239}\right] = \frac{\pi}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න. **(2007 A/L)**

www.eduLanka.lk

10. (a.) සයින් නිතිය පකාශ කර, සාධනය කරන්න.

P යනු $P\hat{A}B = P\hat{B}C = P\hat{C}A = \theta$ වන අයුරින් ABC ත්‍රිකෝණය ඇතුළත වූ ලක්ෂයකි.සුපුරුදු අංකනයෙන්

$\frac{bc}{a}(\cot\emptyset - \cot A) = \frac{ac}{b}(\cot\emptyset - \cot B) = \frac{ab}{c}(\cot\emptyset - \cot C)$ බව සාධනය කරන්න.

(b.) x, y හා z යනු $x + y + z = \pi$, $\cos x + \cos y = 1$ සහ $t = \sin x + \sin y$ වන පරිදි වූ සෘණ නොවන තාත්වික සංඛ්‍යා තුනක් යැයි ගනිමු.

(i) $tan^{-1}(t) = \frac{x+y}{2}$,

(ii) $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

බව පෙන්වන්න.

එනයින්, t එහි උපරිම අගය ගන්නා විට x, y හා z හි අගයන් සොයන්න. **(2008 A/L)**

11. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නිතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

A , B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක්, ආරෝහණ පිළිවෙලට, තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වූ සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. AB = x වන අතර D යනු C සිට h උසකින් සිරස්ව ඉහලින් පිහිටි ලක්ෂයයක් වේ. CD මගින් A සහ B හි දී පිළිවෙළින් α සහ β කෝණ ආපාතනය කෙරෙයි.

(i) $h = \frac{x\sin\alpha\ \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\theta}$

(ii) $d = \frac{x\sin(\alpha+\theta)\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$

බව සාධනය කරන්න. මෙහි d යනු A හි මට්ටමේ සිට D හි උස වේ.

(b) (i) $\sin\theta - \cos\theta = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුමත්,

(ii) $tan^{-1}\frac{1}{2} - tan^{-1}\frac{1}{3} = sin^{-1}x$ සමීකරණය සපුරාලන x හි අගයන් සොයන්න. **(2009 A/L)**

12. (a) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් කෝසයින් නිතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

(i) $2\left(\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c}\right) = \frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$ බව,

(ii) $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ නම් එවිට C කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බව,

පෙන්වන්න.

(b) $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ යන්න $R\cos(\theta - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න මෙහි R හා α තාත්වික වේ.

ඒනයින් $\sqrt{3}\cos^2\theta + (1-\sqrt{3})\sin\theta\cos\theta - \sin^2\theta - \cos\theta + \sin\theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(c) $-1 \leq x \leq 1$ සඳහා $cos^{-1}(-x) = \pi - cos^{-1}x$ බව පෙන්වන්න. **(2010 A/L)**

12 A/L
Trigonometry pass paper
0779972790
Mail: danushkakoggala@yahoo.com

උස්කොළේ
edulanka.lk
www.eduLanka.lk